

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Муниципальный этап, теоретический тур
2023/2024 учебный год
8 класс

Решения задач и критерии их оценивания

№ 1. «Созвездия и яркие звезды (для 8-го класса)»

Условие. На рис. 1 представлен фрагмент звездной карты с указанием границ созвездий.

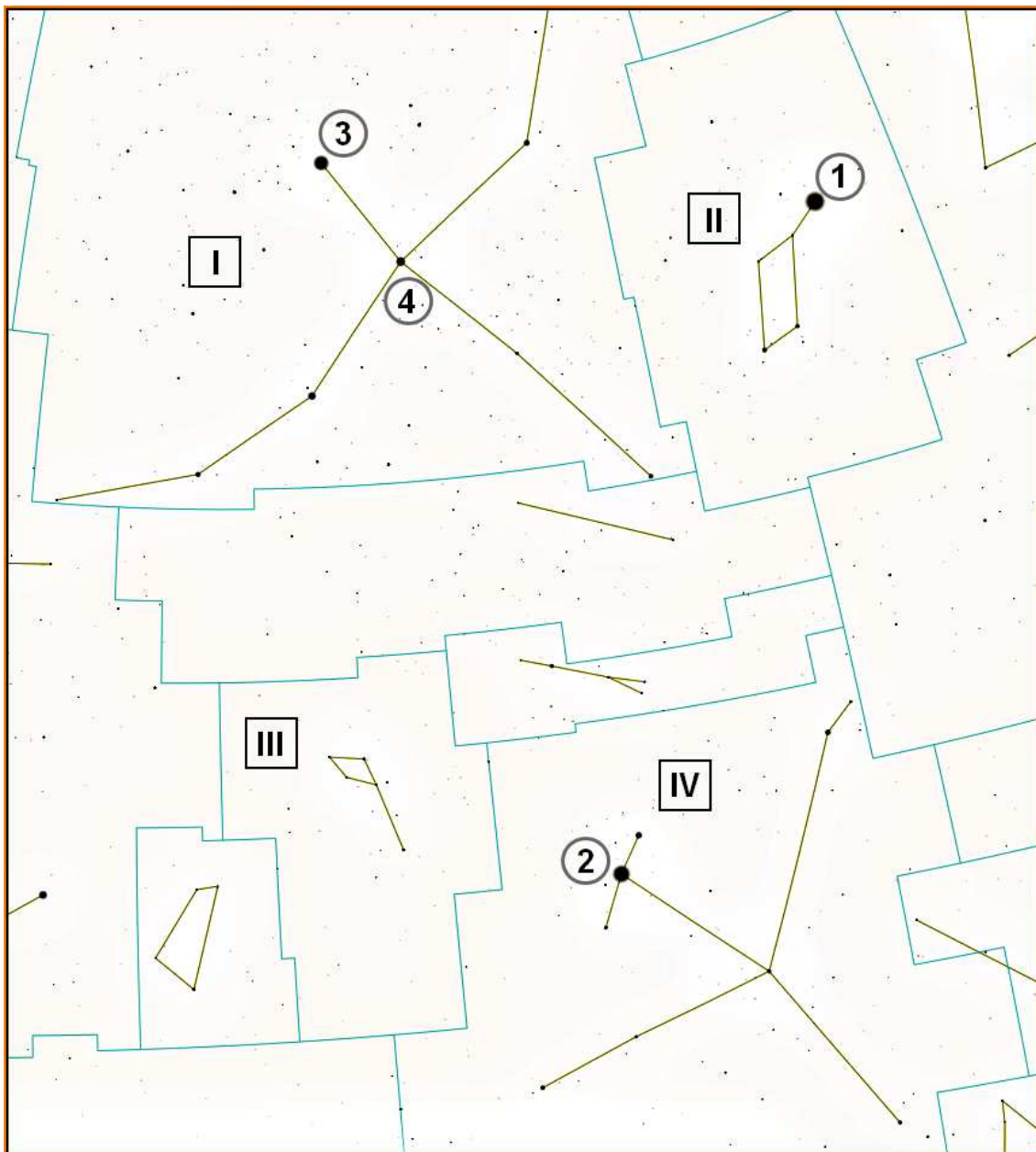


Рис. 1. К задаче №1.

1. Сопоставьте участкам звездного небосвода, отмеченным на рис. 1 римскими цифрами I-IV, названия созвездий, представленных в табл. 1. Свои ответы запишите в табл. 2. (2 балла за правильно названное созвездие)
2. Сопоставьте некоторым ярким звездам (обозначенным черными жирными точками), отмеченным на рис. 1 арабскими цифрами 1 – 4, их названия, представленные в табл. 3. Свои ответы запишите в табл. 4. (3 балла за правильно названную звезду)

А) Лисичка	Б) Геркулес	В) Лира	Г) Орион
Д) Орел	Е) Щит	Ж) Телец	З) Лебедь
И) Заяц	К) Дельфин	Л) Щит	М) Стрела

Таблица 1. Названия некоторых созвездий земного небосвода.

Созвездие	I	II	III	IV
Название				

Таблица 2. К определению ответов на первый вопрос задачи.

А) Вега	В) Нави	С) Сириус	Д) Кастор
Е) Альдебаран	Ф) Капелла	Г) Денеб	Н) Поллукс
Ж) Ригель	К) Садр	Л) Арктур	М) Альтаир

Таблица 3. Названия некоторых ярких звезд земного небосвода.

Звезда	1	2	3	4
Название				

Таблица 4. К определению ответов на второй вопрос задачи.

Решение. Идентификацию звезд и созвездий легче всего провести, опираясь на известные астеризмы, бросающиеся в глаза. В левом верхнем углу фрагмента карты легко читаемый и узнаваемый астеризм созвездия Лебедя – Северный Крест Лебедя. В правом верхнем углу располагается не менее известный астеризм Параллелограмм Лиры, являющийся центральной частью созвездия Лиры. В левом нижнем углу легко просматривается астеризм, напоминающий «рыбку», принадлежащий созвездию Дельфина. В правом нижнем углу располагается еще один примечательный астеризм, напоминающий «птицу с распахнутыми крыльями» и являющийся центральной частью созвездия Орла.

Самой яркой звездой созвездия Лиры является Вега (1), Лебедя – Денеб (3), в перемычке Креста расположена звезда Садр (4). Самой яркой звездой созвездия Орла является Альтаир (2). Тот же фрагмент карты с правильным указанием названий искомых созвездий и звезд представлен на рис. 2.

Правильно заполненные таблицы задания представляются в виде:

Созвездие	I	II	III	IV
Название	З) Лебедь	В) Лира	К) Дельфин	Д) Орел

Таблица 5. К определению правильных ответов на первый вопрос задачи.

Звезда	1	2	3	4
Название	А) Вега	М) Альтаир	Г) Денеб	К) Садр

Таблица 6. К определению правильных ответов на второй вопрос задачи.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За каждое правильно названное созвездие/звезду (допускается указание лишь заглавных букв – нумераторов позиций)	2/3(8/12)
Максимальный балл за задачу	20

№ 2. «Характеристики некоторых тел Солнечной системы»

Условие. 1. С твердой поверхности (из любой ее точки) какого небесного тела космонавты будущего в принципе не смогут любоваться звездами? (3 балла)

Варианты ответов:

1. Меркурий	2. Венера	3. Земля
4. Марс	5. Юпитер	6. Плутон

2. Установите соответствие: какие из указанных планет находятся ближе к Солнцу, чем Юпитер, а какие дальше? (2 балла за каждую правильно определенную позицию)

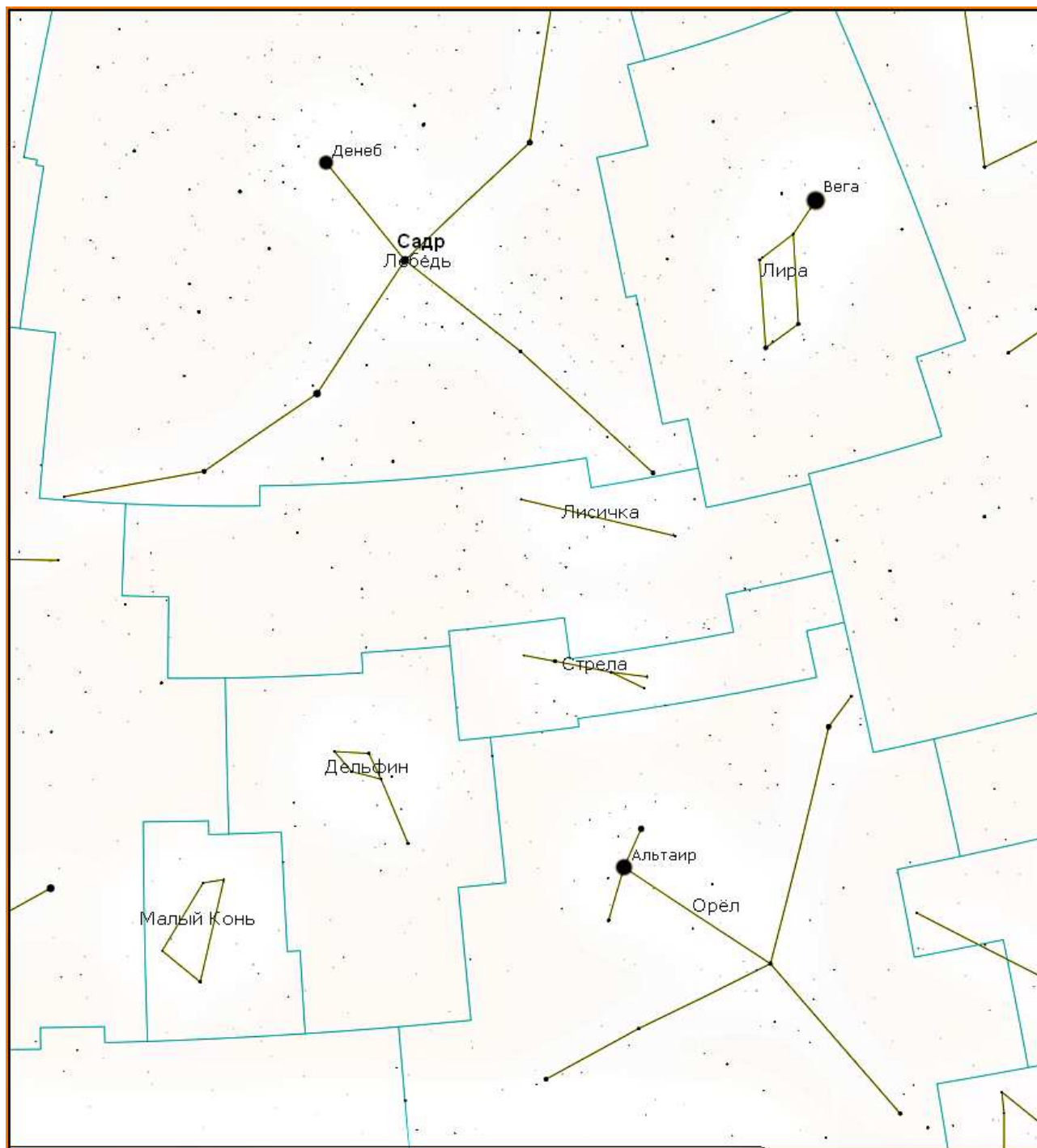


Рис. 2. К определению ответов на вопросы задачи №1.

Варианты ответов:

1. Меркурий	2. Венера	3. Уран
4. Марс	5. Нептун	6. Плутон

А) ближе к Солнцу, чем Юпитер	Б) дальше от Солнца чем Юпитер
-------------------------------	--------------------------------

3. Установите соответствие: какие из указанных тел можно наблюдать с Земли невооруженным глазом, а какие – нельзя? (2 балла за каждую правильно определенную позицию)

Варианты ответов:

1. Меркурий	2. Венера	3. Сатурн
4. Марс	5. Нептун	6. Плутон

А) можно наблюдать невооруженным глазом	Б) нельзя наблюдать невооруженным глазом
---	--

4. У какой планеты в настоящее время насчитывается наибольшее количество естественных спутников? (3 балла)

Варианты ответов:

1. Венера	2. Земля	3. Уран
4. Юпитер	5. Сатурн	6. Плутон

Решение.

1. Прежде всего заметим, что твердой поверхностью обладает лишь планеты земной группы и планеты-карлики. Значит Юпитер нам уже не подходит. Космонавт в принципе не сможет любоваться звездами, если над его головой существует непрозрачное для света препятствие, например, атмосфера. Как известно, плотной и непрозрачной для видимого света атмосферой среди оставшихся тел обладает *Венера*.

2. Чтобы ответить на данный вопрос задачи, необходимо лишь вспомнить взаимное расположение планет по отношению к Солнцу. В порядке удаления от Солнца восемь больших планет располагается так: Меркурий → Венера → Земля → Марс → Юпитер → Сатурн → Уран → Нептун. В итоге имеем следующее распределение по позициям:

А) Ближе к Солнцу, чем Марс	Б) Дальше от Солнца, чем Марс
1), 2), 4)	3), 5), 6)

3. С эпохи Древнего мира человеку доступны в наблюдениях невооруженным глазом пять классических планет: Меркурий, Венера, Марс, Юпитер, Сатурн. Остальные тела человеку недоступны в наблюдениях невооруженным глазом. В итоге имеем следующее распределение по позициям:

А) можно наблюдать невооруженным глазом	Б) нельзя наблюдать невооруженным глазом
1), 2), 3), 4)	5), 6)

4. В настоящее время планетой, обладающей наибольшей свитой спутников, является *Сатурн*. Сегодня у него насчитывается 146 спутников.

Ответ: 1) Венера (2); 2) (1,А), (2,А), (4,А), (3,Б), (5,Б), (6,Б); 3) (1,А), (2,А), (3,А), (4,А), (5,Б), (6,Б); 4) Сатурн (5).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За правильный ответ в пунктах 1, 4	3(6)
За каждую правильно определенную пару в пунктах 2, 3	2(24)
Максимальный балл за задачу	30

№ 3. «Диаграмма зодиакальных созвездий»

Условие. На рис. 3 представлена диаграмма видимого положения Солнца среди зодиакальных созвездий.

Ответьте на следующие вопросы:

1. В каком созвездии Солнце описывает наибольшую дугу эклиптики, если считать его движение по эклиптике равномерным? (2 балла)

2. В каком созвездии находится Солнце в День смеха (1 апреля)? (2 балла)

3. Сириус – ярчайшая звезда на ночном небосводе, экваториальные координаты которой есть $\alpha_* = 06^h45^m$, $\delta_* = -16^\circ43'$? В какое время года условия наблюдений этой звезды являются оптимальными? Чему равно прямое восхождение Солнца в этот момент? Свой ответ поясните. (6 баллов)

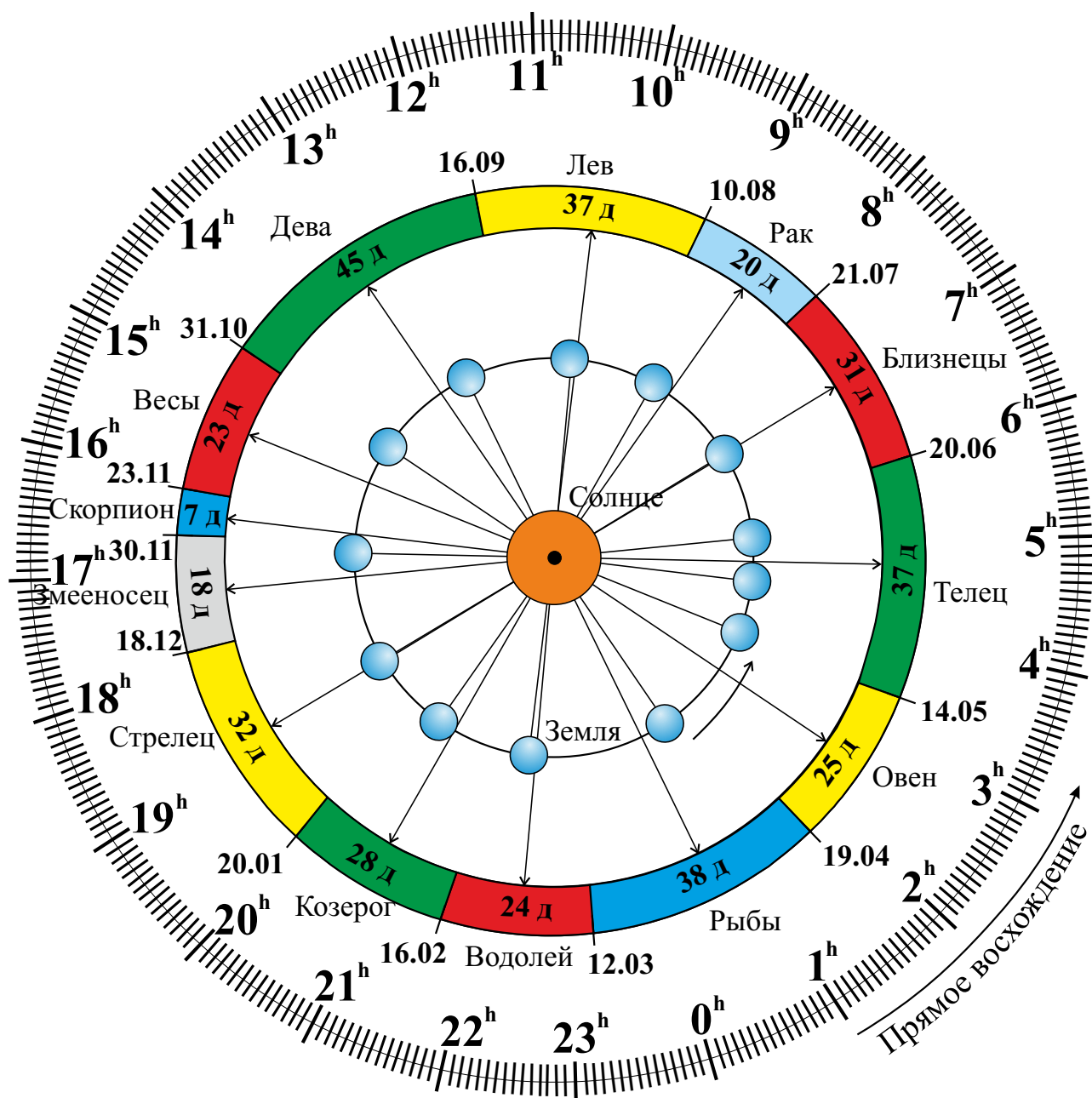


Рис. 3. Диаграмма видимого движения Солнца по зодиакальным созвездиям для наблюдателя, смотрящего с северного полюса эклиптики (здесь Земля движется против часовой стрелки, указано стрелкой; на рисунке видно ее северное полушарие); длинными прямыми стрелками указаны направления проецирования Солнца на зодиакальные созвездия с точки зрения земного наблюдателя; указанные даты отвечают начальному моменту пребывания Солнца в данном созвездии. Продолжительность пребывания в созвездии указана в сутках (днях); указана шкала прямых восхождений.

Пояснение: условия наблюдений небесного тела считаются *оптимальными*, если данное тело наблюдается в полночь (при этом Солнце опускается максимально глубоко под горизонт, т.е. находится в *нижней кульминации*) на наибольшей высоте над горизонтом (находится в своей *верхней кульминации*).

Варианты ответов:

1. Весна	2. Лето	3. Осень	4. Зима
----------	---------	----------	---------

4. В каком созвездии располагалась Луна 6 августа, если в эти сутки она была в фазе полнолуния? Чему было равно ее прямое восхождение? (5 баллов)

5. В каком созвездии располагалась Луна в ближайшее новолуние (после 6 августа)? Чему

приблизительно равно ее прямое восхождение? (5 баллов)

Решение. 1. Если считать движение Солнца по эклиптике равномерным, то наибольшую дугу эклиптики оно описывает в том созвездии, в котором находится наибольшее количество времени, т.е. в созвездии *Девы*.

2. Согласно диаграмме, первого апреля Солнце находится в созвездии *Рыбы*.

3. Испытуемый может сразу назвать искомый сезон. Если он затрудняется это сделать сразу, то достаточно заметить, что если Солнце и данная звезда находятся в разных кульминациях одновременно, значит они располагаются в противоположных сторонах небосвода, следовательно их прямые восхождения должны отличаться на 12 часов. Значит, прямое восхождение Солнца в момент достижения оптимальных условий наблюдений звезды будет

$$\alpha_{\odot} = \alpha_{*} + 12^{\text{h}} = 18^{\text{h}}45^{\text{m}}.$$

По диаграмме (см. рис. 3) определяем положение Солнца – оно должно находиться в созвездии Стрельца в начале января, т.е. искомое время года – *зима*.

4. Поскольку Луна 6 августа находилась в фазе полнолуния, следовательно она располагалась в диаметрально противоположной точке небосвода относительно Солнца для земного наблюдателя. Согласно диаграмме, 6 августа Солнце располагалось в созвездии Рака и имело прямое восхождение $\alpha_{\odot} = 9^{\text{h}}$, значит Луна располагалась в созвездии *Козерога* и имела прямое восхождение:

$$\alpha_{\text{л}} = \alpha_{\odot} + 12^{\text{h}} = 21^{\text{h}}.$$

5. Поскольку продолжительность лунного месяца (цикла смены фаз Луны) составляет 29.53 сут или приблизительно 30 сут, то ближайшее новолуние наступит приблизительно через 15 дней, то есть 21 августа. В фазе новолуния Луна располагается между Землей и Солнцем, значит она будет проецироваться на то же созвездие, что и Солнце с точки зрения земного наблюдателя, т.е. Луна будет располагаться в созвездии *Льва*. Поскольку Солнце проходит всю эклиптику за 1 год, а в году 12 месяцев, средняя продолжительность каждого – 30 дней, то за один месяц прямое восхождение Солнца должно увеличиваться на 2 часа, а за 15 дней – на 1 час. Значит прямые восхождения Солнца и Луны будут одинаковыми и равны 10 часам.

Ответ: 1) Дева; 2) Рыбы; 3) зима; 4) Козерог, 21^{h} , 5) Лев, 10^{h} .

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За правильно данный ответ на вопросы 1, 2	2(4)
Правильно установлено взаимное расположение Сириуса и Солнца в момент его оптимальных наблюдений + корректно вычислено прямое восхождение Солнца + по диаграмме правильно определен сезон года	2+2+2
Правильно названо созвездие, в котором располагалась Луна в фазе полнолуния + корректно вычислено прямое восхождение Луны	2+3
Правильно названо созвездие, в котором располагалась Луна в фазе новолуния + корректно вычислено прямое восхождение Луны	2+3
Максимальный балл за задачу	20

№ 4. «Кругосветное путешествие»

Условие. Два любителя путешествий из Санкт-Петербурга (широта точки старта равна 60°) одновременно отправились в кругосветное путешествие на управляемых аэростатах. Первый из них держал курс вдоль меридиана через Северный полюс. Второй путешественник все время держал курс вдоль географической параллели точки старта. Движение аэростатов относительно поверхности Земли следует считать равномерным. Точные значения их скоростей были не известны, однако любители смогли получить ограничения на их значения:

$$50 \text{ км/ч} \leq V_1, V_2 \leq 100 \text{ км/ч.} \quad (1)$$

При первом достижении первым путешественником точки той же географической параллели, диаметрально противоположной точке старта, данные путешественники встретились. Определите:

1. Во сколько раз отличаются их пути, соответствующие одному полному витку вокруг Земли. (8 баллов)
2. Во сколько раз отличаются скорости аэростатов путешественников? (10 баллов)
3. Во сколько раз отличаются периоды кругосветных путешествий аэростатов? (7 баллов)
4. Какое количество оборотов (ответ округлить до десятых) совершил второй аэростат к моменту второй встречи путешественников? (5 баллов)

Замечание: при решении задачи Вам может оказаться полезной формула для радиуса географической параллели на широте φ :

$$r = R_{\oplus} \cos \varphi,$$

где $R_{\oplus}$ – радиус шарообразной Земли, φ – широта данной географической параллели; $\cos 60^\circ = 1/2$, $\sin 60^\circ = \sqrt{3}/2$.

Решение. 1. Поскольку первый путешественник двигался вдоль меридиана (см. рис. 4), то, совершив полный оборот вокруг Земли, он пройдет путь:

$$L_1 = 2\pi R_{\oplus}.$$

Второй путешественник двигался все время вдоль географической параллели. Сделав полный оборот, он должен пройти путь:

$$L_2 = 2\pi r = 2\pi R_{\oplus} \cos \varphi.$$

Тогда искомое отношение путей будет

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{\cos \varphi} = 2. \quad (2)$$

2. При первом достижении первым путешественником точки В (здесь точка А – точка старта аэростатов), аэростат первого преодолел путь:

$$S_1 = 2\pi R_{\oplus} \frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{\pi}{3} R_{\oplus}.$$

Здесь мы учли, что угол который описывает аэростат первого путешественника относительно центра Земли при движении вдоль меридиана равен $\varphi = 60^\circ$. Действительно, от точки старта до северного полюса (точка N) угловое расстояние составляет $90^\circ - \varphi = 30^\circ$. Но такое же угловое расстояние должен преодолеть его аэростат при движении от полюса до точки первой встречи (точка В).

Второй путешественник за тоже время мог преодолеть расстояние, равное нечетному количеству полуокружностей данной географической параллели:

$$S_2 = (2k + 1)\pi r = (2k + 1)\pi R_{\oplus} \cos \varphi,$$

здесь $k = 0, 1, 2, 3, \dots$. Поскольку в точку В они прибыли одновременно, то времена их движения от момента старта до момента встречи должны быть одинаковыми:

$$\frac{S_1}{V_1} = \frac{S_2}{V_2}, \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{S_2}{S_1} = 3(2k + 1) \cos \varphi = \frac{3}{2}(2k + 1). \quad (3)$$

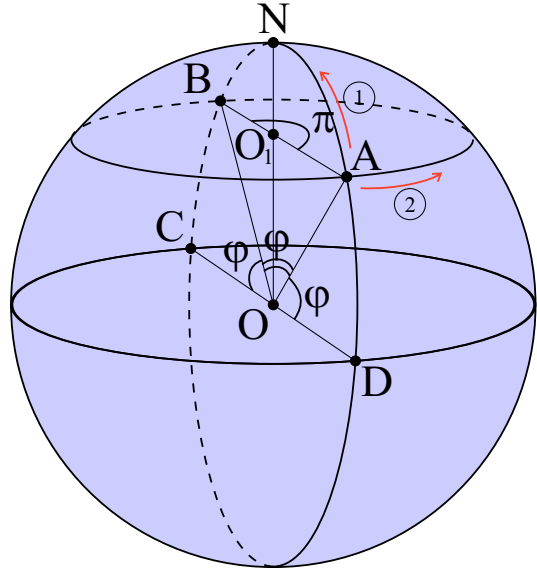


Рис. 4. К определению угловых расстояний, пройденных аэростатами путешественников относительно центра Земли до первой встречи.

Согласно условию задачи, отношение скоростей аэростатов путешественников может быть ограничено сверху:

$$\frac{V_2}{V_1} \leq \frac{100}{50} = 2. \quad (4)$$

Из сравнения выражений (3) и (4) следует, что

$$\frac{3}{2}(2k+1) \leq 2, \Rightarrow k=0, \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{2}. \quad (5)$$

3. Периоды кругосветных путешествий аэростатов первого и второго путешественников можно представить в виде:

$$T_1 = \frac{L_1}{V_1} = \frac{2\pi \mathfrak{R}_{\oplus}}{V_1}, \quad T_2 = \frac{L_2}{V_2} = \frac{2\pi \mathfrak{R}_{\oplus} \cos \varphi}{V_2},$$

тогда искомое отношения периодов есть

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{V_2}{V_1} \frac{1}{\cos \varphi} = 3. \quad (6)$$

4. Поскольку отношения периодов их обращения равно целому числу, следовательно ровно через период T_1 они вновь встретятся в точке А и это будет уже их вторая встреча. При этом первый аэростат совершит лишь один оборот, а второй – *три оборота*, поскольку период его обращения в три раза меньше.

Ответ: к задаче представляется выражениями (2), (5)-(6); три оборота.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Правильно записаны формулы для $L_1 + L_2 + L_1/L_2$ + численный расчет	2+2+2+2(8)
Правильно записаны формулы для $S_1 + S_2 + S_2/S_1$ в терминах параметра k	2+3+1(6)
Найдено численное ограничение для V_2/V_1 + численный расчет для V_2/V_1	2+2(4)
Правильно записаны формулы для $T_1 + T_2 + T_2/T_1$ + численный расчет	2+2+1+2(7)
Определена вторая точка встречи + количество оборотов	3+2(5)
Максимальный балл за задачу	30

На решение задач данного тура Олимпиады школьникам отводится 3 часа.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса α – частицы – $m_\alpha = 6.645 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 3.261 \text{ св. лет} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли – 1360 Вт/м^2
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – 23 часа 56 минут 04 секунды
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус – 6378.14 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Средний (по объему) радиус – 6371.01 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

§4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$

- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.