

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии  
Муниципальный этап, теоретический тур  
2023/2024 учебный год  
9 класс

Решения задач и критерии их оценивания

№ 1. «Созвездия и яркие звезды (для 9-го класса)»

Условие. На рис. 1 представлен фрагмент звездной карты с указанием границ созвездий.

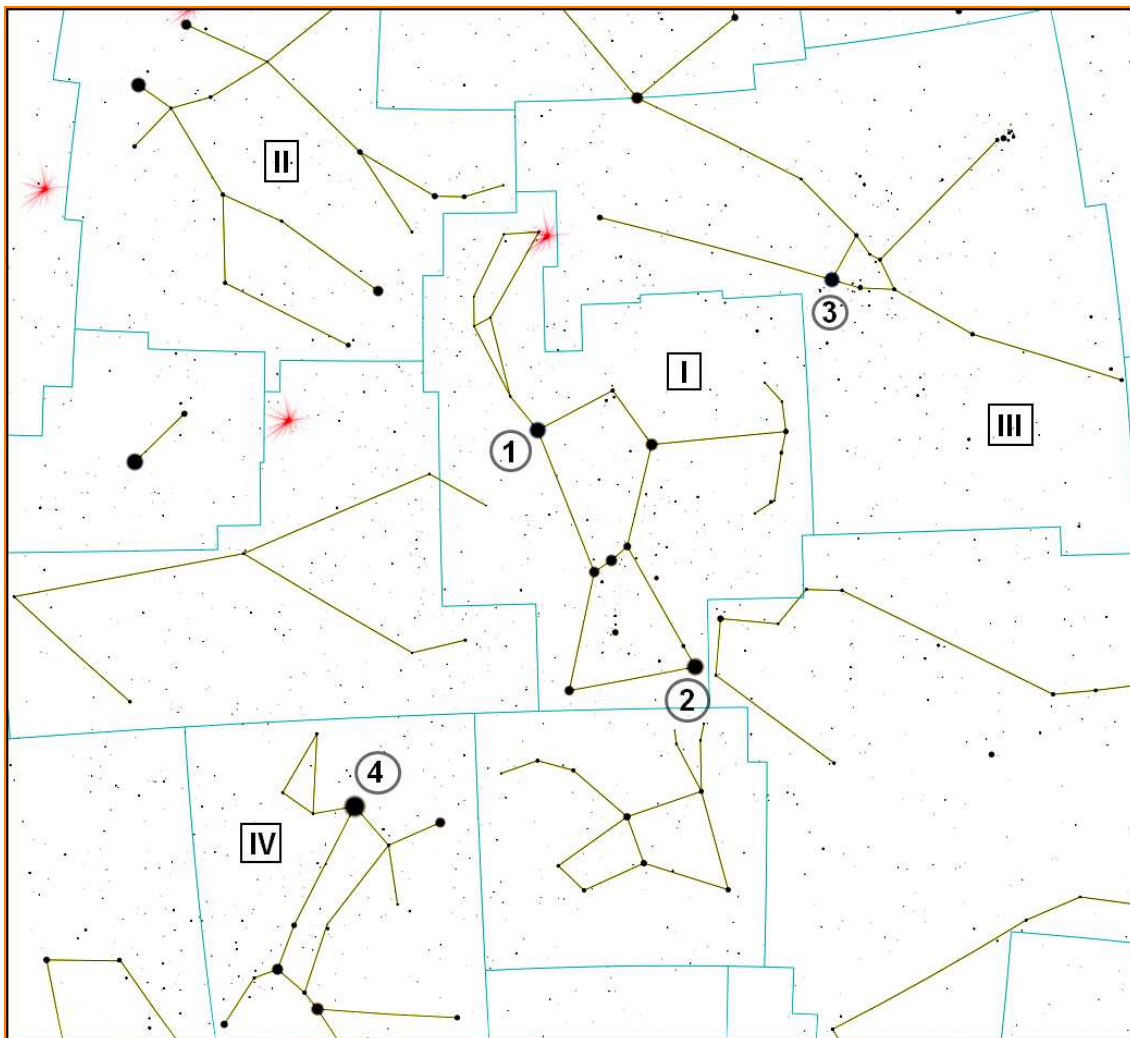


Рис. 1. К задаче №1.

1. Сопоставьте участкам звездного небосвода, отмеченным на рис. 1 римскими цифрами I-IV, названия созвездий, представленных в табл. 1. Свои ответы запишите в табл. 2. (1 балл за правильно названное созвездие)

|                      |                    |             |             |
|----------------------|--------------------|-------------|-------------|
| А) Большая Медведица | Б) Малая Медведица | В) Кит      | Г) Орион    |
| Д) Большой Пес       | Е) Единорог        | Ж) Телец    | З) Голубь   |
| И) Заяц              | К) Малый Пес       | Л) Возничий | М) Близнецы |

Таблица 1. Названия некоторых созвездий земного небосвода.

|           |   |    |     |    |
|-----------|---|----|-----|----|
| Созвездие | I | II | III | IV |
| Название  |   |    |     |    |

Таблица 2. К определению ответов на первый вопрос задачи.

2. Сопоставьте некоторым ярким звездам (обозначенным черными жирными точками), отмеченным на рис. 1 арабскими цифрами 1 – 4, их названия, представленные в табл. 3. Свои ответы запишите в табл. 4. (2 балла за правильно названную звезду)

|               |             |           |                |
|---------------|-------------|-----------|----------------|
| А) Вега       | В) Альферац | С) Сириус | Д) Кастор      |
| Е) Альдебаран | Ф) Капелла  | Г) Денеб  | Н) Поллукс     |
| Ж) Ригель     | К) Прокцион | Л) Арктур | М) Бетельгейзе |

Таблица 3. Названия некоторых ярких звезд земного небосвода.

|          |   |   |   |   |
|----------|---|---|---|---|
| Звезда   | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Название |   |   |   |   |

Таблица 4. К определению ответов на второй вопрос задачи.

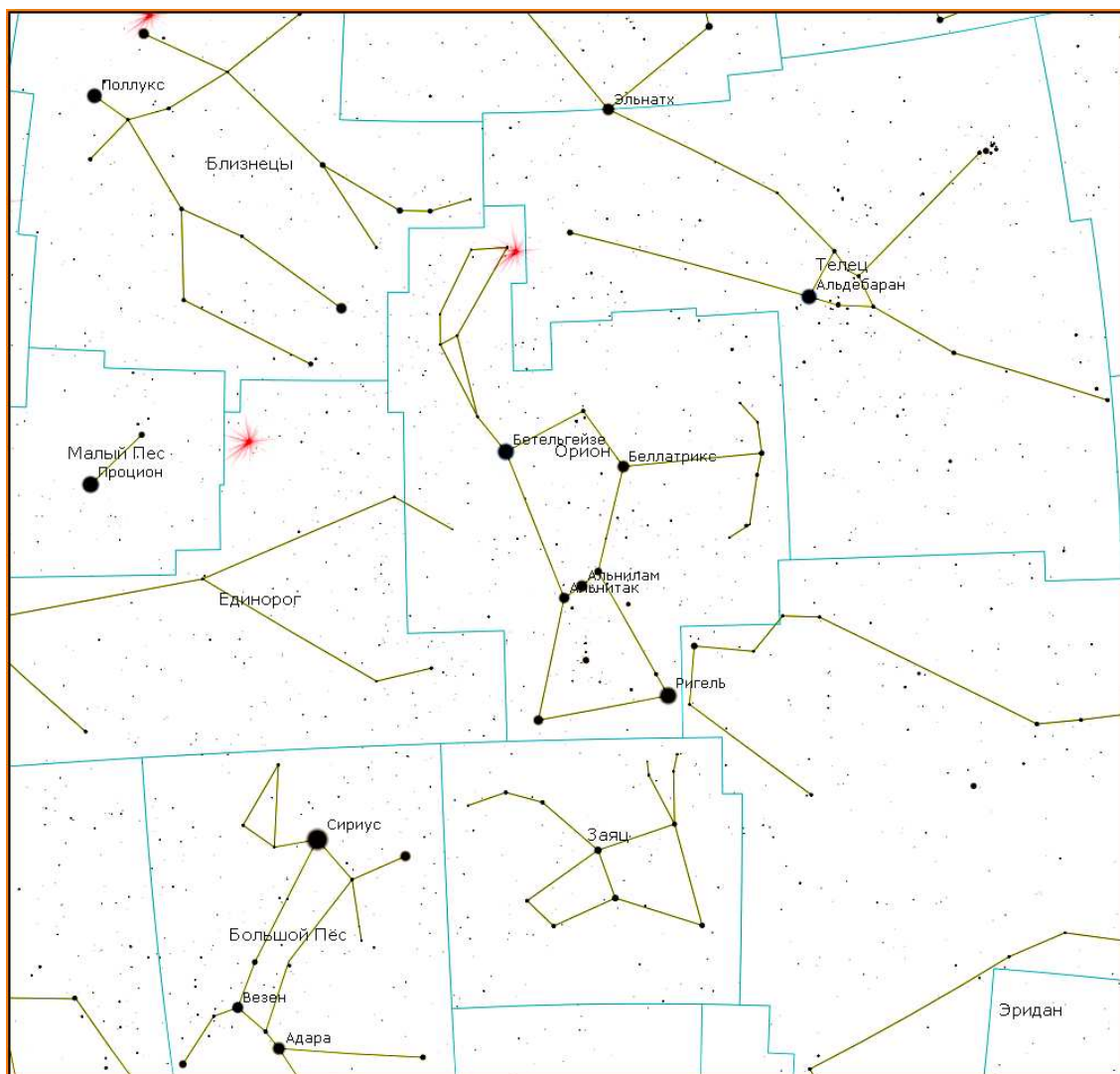


Рис. 2. К определению ответов на вопросы задачи №1.

**Решение.** Идентификацию звезд и созвездий легче всего провести, опираясь на известные астеризмы, бросающиеся в глаза. Прямо по центру кадра легко читаемый и узнаваемый астеризм созвездия Ориона – «бабочка» или «сноп». В правом верхнем углу располагается не менее известный астеризм Плеяды, компактная группа из 7 звезд, составляющих «костяк» одноименного рассеянного скопления, являющегося частью созвездия Тельца. В левом верхнем углу легко просматривается астеризм, напоминающий «пару человек, взявшихся за руки», принадлежащий созвездию Близнецы. В левом нижнем углу располагается еще один примечательный астеризм, напоминающий «собаку, вставшую на задние лапы» и являющийся центральной частью созвездия Большой Пес.

Самой яркой звездой созвездия Орион является Ригель (2), чуть тусклее его – Бетельгейзе (1).

Самой яркой звездой созвездия Телец является Альдебаран (3), а в созвездии Большой Пес, как и на всем небосводе, – Сириус (4). Тот же фрагмент карты с правильным указанием названий искомых созвездий и звезд представлен на рис. 2.

Правильно заполненные таблицы задания представляются в виде:

| Созвездие | I        | II          | III      | IV             |
|-----------|----------|-------------|----------|----------------|
| Название  | Г) Орион | М) Близнецы | Ж) Телец | Д) Большой Пес |

Таблица 5. К определению правильных ответов на первый вопрос задачи.

| Звезда   | 1              | 2         | 3             | 4         |
|----------|----------------|-----------|---------------|-----------|
| Название | М) Бетельгейзе | Л) Ригель | Е) Альдебаран | С) Сириус |

Таблица 6. К определению правильных ответов на второй вопрос задачи.

**Рекомендации для жюри.**

| Выполненная часть решения задачи                                                                                | Балл      |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| За каждое правильно названное созвездие/звезду (допускается указание лишь заглавных букв – нумераторов позиций) | 1/2(4/8)  |
| <b>Максимальный балл за задачу</b>                                                                              | <b>12</b> |

**№ 2. «Рельеф Луны в солнечном свете»**

**Условие.** Вашему вниманию представлена карта поверхности обращенного к Земле полушария Луны (см. рис. 3, прямое изображение для жителя северного географического полушария).

Определите:

1. Какие формы рельефа Луны будут располагаться на освещенной части видимого диска Луны в фазе первой четверти? (1 балл за каждую правильно названную форму рельефа)

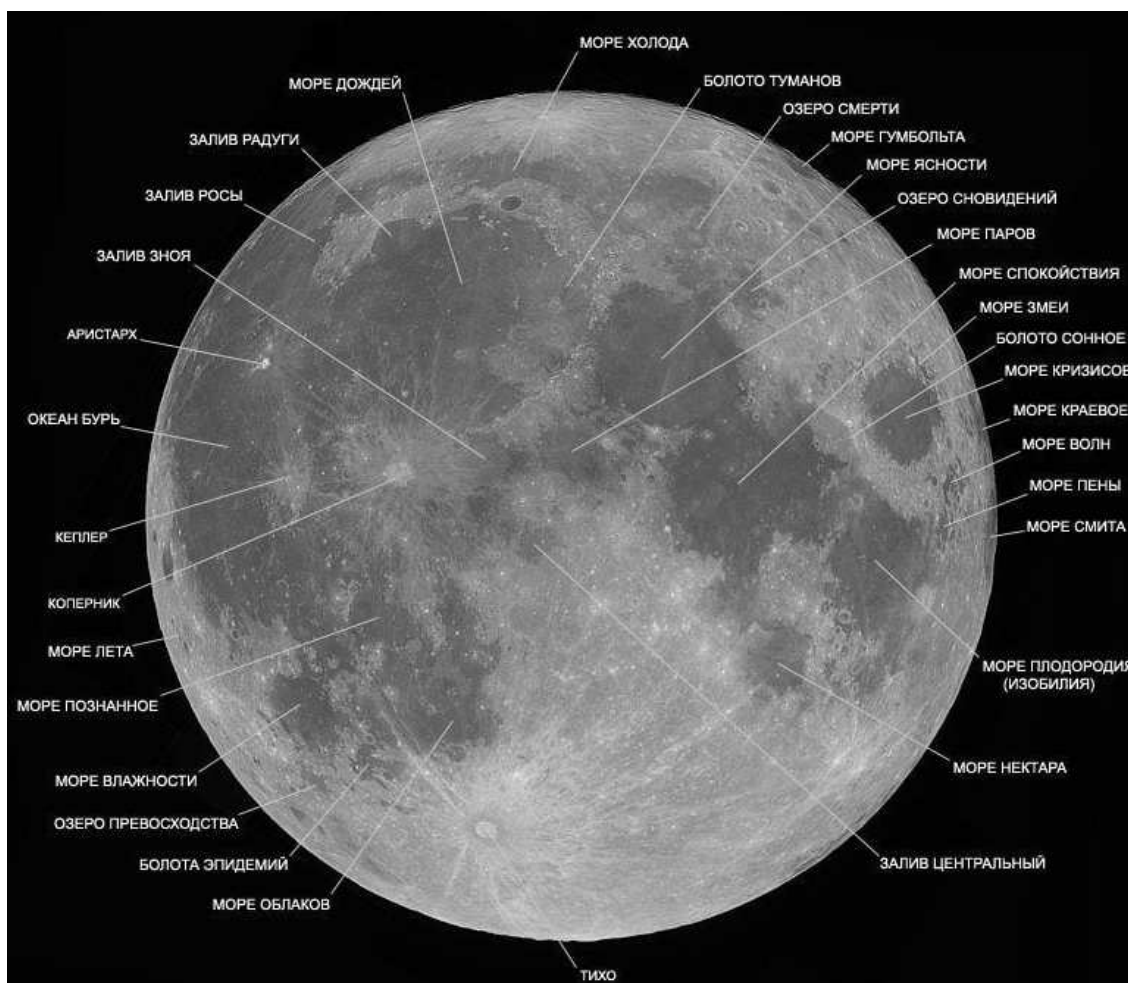


Рис. 3. Карта поверхности Луны.

|                   |                    |                  |
|-------------------|--------------------|------------------|
| 1. Море кризисов  | 2. Кратер Коперник | 3. Море краевое  |
| 4. Море влажности | 5. Болото сонное   | 6. Кратер Кеплер |
| 7. Море Гумбольта | 8. Океан бурь      | –                |

**2.** Какой промежуток времени (округлить до десятых суток) разделяет моменты наступления новолуния и первой четверти? (4 балла)

**3.** Чему равна угловая ширина серпа Луны (до десятых угловой минуты) в фазе первой четверти? Орбиту Луны считать круговой. (4 балла)

**Решение. 1.** Как известно, в фазе первой четверти освещена правая половина видимого диска Луны (с точки зрения жителя северного географического полушария). С использованием карты поверхности обращенного к Земле полушария Луны (см. рис. 3) можно легко отнести к формам рельефа, располагающимся на освещенной части ее видимого диска: Море кризисов, Море краевое, Болото сонное, Море Гумбольта.

**2.** Фаза первой четверти отстоит от новолуния на  $1/4$  от лунного (синодического) месяца (что отражено в названии фазы). Следовательно искомое время составляет  $\frac{1}{4} \cdot 29.53 \approx 7.4$  сут.

**3.** Вычислим угловой диаметр полного диска Луны в фазе полнолуния, в приближении круговой орбиты последней:

$$D''_{\zeta} = \frac{2\Re_{\zeta}}{a_{\zeta}} \times 3438' = 31.09'.$$

Поскольку в фазе первой четверти лунный диск освещен ровно наполовину, то угловая ширина серпа Луны в фазе первой четверти  $\frac{1}{2} \cdot 31.09' \approx 15.5'$ .

**Ответ:** 1) Море кризисов, Море краевое, Болото сонное, Море Гумбольта; 2) 7.4 сут; 3) 15.5'.

**Рекомендации для жюри.**

| Выполненная часть решения задачи         | Балл      |
|------------------------------------------|-----------|
| За каждый правильный ответ в пункте 1    | 1(4)      |
| За каждый правильный ответ в пунктах 2-3 | 4(8)      |
| <b>Максимальный балл за задачу</b>       | <b>12</b> |

### № 3. «Небесные тела и их свойства»

**Условие. 1.** Установите принадлежность небесных тел различным составляющим Вселенной. Свои ответы в этой задаче представьте парами: (цифра, буква). (1 балл за каждую правильно названную пару)

**Варианты ответов:**

|                      |                                   |                            |
|----------------------|-----------------------------------|----------------------------|
| 1. Астероид Юнона    | 2. Антарес                        | 3. Туманность Андромеды    |
| 4. Марс              | 5. Шаровое звездное скопление M15 | 6. Солнце                  |
| А) Солнечная система | Б) галактика Млечный Путь         | В) видимая часть Вселенной |

**Замечание:** если рассматриваемый объект принадлежит сразу нескольким структурным составляющим Вселенной, то в качестве ответа следует выбирать меньшую по размерам (объему) составляющую.

**2.** Установите соответствия небесных тел их характерным размерам (1 балл за каждую правильно названную пару):

**Варианты ответов:**

|                   |                                   |                         |
|-------------------|-----------------------------------|-------------------------|
| 1. Астероид Юнона | 2. Антарес                        | 3. Туманность Андромеды |
| 4. Марс           | 5. Шаровое звездное скопление M15 | 6. Солнце               |
| А) 234 км         | Б) 6800 км                        | В) 1400000 км           |
| Г) 5.35 а.е.      | Д) 54 пк                          | Е) 46 кпк               |

3. Установите соответствия небесных тел характерным расстояниям от центра Земли до них (1 балл за каждую правильно названную пару)

**Варианты ответов:**

|                            |                    |                                      |
|----------------------------|--------------------|--------------------------------------|
| 1. Туманность Треугольника | 2. Звезда Бернарда | 3. Шаровое звездное скопление М15    |
| 4. Луна                    | 5. Солнце          | 6. Международная космическая станция |
| А) 6789 км                 | Б) 384400 км       | В) 1 а.е.                            |
| Г) 5.96 св.г.              | Д) 10.3 кпк        | Е) 0.850 Мпк                         |

4. Установите соответствия небесных тел характерным значениям их масс (1 балл за каждую правильно названную пару)

**Варианты ответов:**

|                                   |                            |                           |
|-----------------------------------|----------------------------|---------------------------|
| 1. Шаровое звездное скопление М15 | 2. Туманность Треугольника | 3. Сатурн                 |
| 4. Солнце                         | 5. Комета Галлея           | 6. Луна                   |
| А) $2.2 \cdot 10^{14}$ кг         | Б) $7.35 \cdot 10^{22}$ кг | В) $5.7 \cdot 10^{26}$ кг |
| Г) $2 \cdot 10^{30}$ кг           | Д) $1.1 \cdot 10^{36}$ кг  | Е) $10^{41}$ кг           |

**Решение.** 1. Очевидно, астероид Веста, Марс и Солнце принадлежат Солнечной системе; Антарес и шаровое звездное скопление М15 принадлежат галактике Млечный путь, а Туманность Андромеды принадлежит видимой части Вселенной. В итоге имеем следующие пары: (1,А), (2,Б), (3,В), (4,А), (5,Б), (6,А).

2. Заметим, что самым малым телом среди представленных, очевидно, является астероид Юнона. Ему соответствует минимальный размер – 234 км. Самым большим объектом космоса среди представленных является Туманность Андромеды (галактика), которой, очевидно, соответствует наибольший размер – 46 кпк. Как известно, Земля имеет радиус приблизительно равный 6400 км, а Марс почти в два раза меньший, а значит его диаметр – 6800 км. Радиус Солнца составляет около 700000 км, а значит его диаметр – 1400000 км. Среди двух оставшихся объектов большим по размерам является шаровое звездное скопление М15. Следовательно ему должен соответствовать размер 54 пк. Значит Антаресу отвечает размер 5.35 а.е. В итоге имеем следующие пары: (1,А), (2,Г), (3,Е), (4,Б), (5,Д), (6,В).

3. Очевидно, ближайшим телом к центру Земли среди представленных является Международная космическая станция. Значит этому телу должно соответствовать расстояние – 6789 км. Самым далеким среди представленных объектов является Туманность Треугольника (галактика). Очевидно, ей соответствует наибольшее расстояние – 0.850 Мпк. Луна, как известно, расположена от центра Земли на расстоянии 384400 км. Солнце располагается от Земли на расстоянии 1 а.е. Более далеким среди оставшихся двух объектов является шаровое звездное скопление М15 и ему соответствует 10.3 кпк. Следовательно, Звезде Бернарда соответствует расстояние 5.96 св. г. В итоге имеем следующие пары: (1,Е), (2,Г), (3,Д), (4,Б), (5,В), (6,А).

4. Очевидно, телом с минимальной массой среди представленных является комета Галлея и ей соответствует значение массы  $2.2 \cdot 10^{14}$  кг. Самым массивным объектом среди представленных, очевидно, является Туманность Треугольника (галактика) и ей соответствует масса –  $10^{41}$  кг. Луна, как известно, имеет массу  $7.35 \cdot 10^{22}$  кг, а Солнце –  $2 \cdot 10^{30}$  кг. Среди двух оставшихся объектов, очевидно, меньшей массой должен обладать Сатурн –  $5.7 \cdot 10^{26}$  кг. Значит шаровому скоплению М15 должно соответствовать значение массы  $1.1 \cdot 10^{36}$  кг. В итоге имеем следующие пары: (1,Д), (2,Е), (3,В), (4,Г), (5,А), (6,Б).

**Ответ:**

| Вопрос № | Правильные ответы-пары (цифра, буква) |       |       |       |       |       |
|----------|---------------------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1        | (1,А)                                 | (2,Б) | (3,В) | (4,А) | (5,Б) | (6,А) |
| 2        | (1,А)                                 | (2,Г) | (3,Е) | (4,Б) | (5,Д) | (6,В) |
| 3        | (1,Е)                                 | (2,Г) | (3,Д) | (4,Б) | (5,В) | (6,А) |
| 4        | (1,Д)                                 | (2,Е) | (3,В) | (4,Г) | (5,А) | (6,Б) |

**Рекомендации для жюри.**

| Выполненная часть решения задачи      | Балл      |
|---------------------------------------|-----------|
| За каждую правильно определенную пару | 1(24)     |
| <b>Максимальный балл за задачу</b>    | <b>24</b> |

**№ 4. «Служба экспресс-посылок на Луне»**

**Условие.** Недавно была предложена идея использования рельсотрона (электромагнитной пушки) для пересылки небольших предметов между различными точками поверхности Луны. Суть метода в следующем: в электромагнитную пушку заряжается металлическая капсула внутри которой упаковывается небольшой предмет для пересылки. Это пушка посредством выстрела запускает в свободный полет данную капсулу, которая двигаясь вблизи поверхности Луны, в конечном счете достигает пункта назначения. Оцените:

1. Расстояние (в км округлив до целого), которое пролетает капсула, запущенная на северном полюсе Луны и доставленная на ее южный полюс. (4 балла)
2. Скорость (в км/с, округлив до сотых), с которой должна двигаться капсула. (4 балла)
3. Время (в минутах, до десятых) для пересылки экспресс-посылки между указанными полюсами. (4 балла)
4. Во сколько раз ускорение, приобретаемое капсулой во время старта, больше ускорения свободного падения у поверхности Луны, если длина пушки рельсотрона составляет 12 м? Следует учесть, что на всем своем протяжении рельсотрон оказывает постоянное ускоряющее действие. (6 баллов)

**Решение.** 1. Расстояние, которое пролетает капсула между северным и южным полюсом Луны, вблизи ее поверхности, фактически равна длине лунного меридиана:

$$L = \pi \mathfrak{R}_\zeta = 5460 \text{ км}, \quad (1)$$

здесь  $\mathfrak{R}_\zeta = 1738 \text{ км}$  – радиус Луны-шара.

2. Поскольку капсула пролетает половину дуги круговой орбиты вблизи поверхности Луны, то скорость капсулы должна быть близка к первой космической скорости Луны:

$$V_I = \sqrt{\frac{G \mathfrak{M}_\zeta}{\mathfrak{R}_\zeta}} = 1.68 \text{ км/с}. \quad (2)$$

3. Искомое время пересылки экспресс-посылки между указанными полюсами есть

$$\tau_0 = \frac{L}{V_I} = 54.2 \text{ мин}. \quad (3)$$

4. Ускорение свободного падения у поверхности Луны можно записать так

$$g_\zeta^{(0)} = \frac{G \mathfrak{M}_\zeta}{\mathfrak{R}_\zeta^2} = 1.62 \text{ м/с}^2. \quad (4)$$

Ускорение, приобретаемое капсулой при ее запуске с помощью рельсотрона, можно записать так

$$a_c = \frac{F}{m_c} = \frac{A}{m_c \ell_{\text{рт}}} = \frac{m_c V_I^2}{2 m_c \ell_{\text{рт}}} = \frac{V_I^2}{2 \ell_{\text{рт}}} = 117600 \text{ м/с}^2, \quad (5)$$

здесь  $F$  – сила, действующая со стороны рельсатрона на капсулу,  $m_c$  – масса капсулы,  $\ell_{rt}$  – длина пушки рельсотрона.

В итоге, искомое отношение ускорений представляется так

$$\frac{a_c}{g_{\text{ц}}^{(0)}} = 72600. \quad (6)$$

**Ответ:** к задаче представлен выражениями (1)-(3), (6).

**Рекомендации для жюри.**

| Выполненная часть решения задачи                                                                                                                                                                        | Балл      |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Правильно записана аналитическая формула + получен корректный численный результат в вопросах 1-3                                                                                                        | 2+2(12)   |
| Правильный расчет ускорения свободного падения у поверхности Луны + ускорения, приобретаемого капсулой в результате ускоряющего действия рельсотрона, + корректная численная оценка отношения ускорений | 2+2+2(6)  |
| <b>Максимальный балл за задачу</b>                                                                                                                                                                      | <b>18</b> |

**№ 5. «Кома кометы C/2022 E3 (ZTF)»**

**Условие.** На рис. 4.а) представлен образ кометы C/2022 E3 (ZTF), полученный самарским астрономом-любителем 07.02.2023 года в результате сложения более 500 одиночных кадров, где неподвижным объектом является данное небесное тело. Здесь пунктирным овалом обозначена граница видимой комы кометы. На рис. 4.б) представлена симуляция, полученная с помощью компьютерного планетария Stellarium кометы C/2022 E3 (ZTF) и ее звездного окружения. Известно геоцентрическое расстояние до кометы  $\Delta_c = 49.70$  млн. км и экваториальные координаты трех звезд этого участка небосвода:

| Пр. восхождение                                 | Склонение | Пр. восхождение                                 | Склонение | Пр. восхождение                                 | Склонение |
|-------------------------------------------------|-----------|-------------------------------------------------|-----------|-------------------------------------------------|-----------|
| Гадус                                           |           | Сацлатени                                       |           | HIP23511                                        |           |
| 05 <sup>h</sup> 08 <sup>m</sup> 08 <sup>s</sup> | 41°16'    | 05 <sup>h</sup> 04 <sup>m</sup> 05 <sup>s</sup> | 41°06.5'  | 05 <sup>h</sup> 04 <sup>m</sup> 56 <sup>s</sup> | 41°28.5'  |

Оцените:

1. Наибольший видимый угловой размер (в угл. мин.) комы кометы, представленной на рис. 4.а). (11 баллов)
2. Наибольший видимый линейный размер (в км) комы кометы. (3 балла)

**Решение. 1.** Прежде все заметим, что на рис. 4.а) представлен образ кометы и ее комы, однако здесь нет звезд, но есть звездные треки. Следует помнить, что эта фотография была получена программно путем сложения более 500 одиночных кадров. При сложении в качестве неподвижного объекта выступала именно комета. В силу непрерывного движения кометы относительно фоновых звезд, «косматая страничка» даже за время съемки значительно изменяет свое положение относительно последних. При сложении кадров по неподвижной комете звезды превращаются в звездные треки.

Для определения наибольшего видимого углового диаметра комы кометы, необходимо определить угловой масштаб фотографии, однако на рис. 4.а) отсутствуют какие-либо небесные тела с известными угловыми размерами. Из сопоставления рис. 4.а) и б) легко обнаружить, что три самых жирных звездных трека, расположенных в левой половине кадра на рис. 4.а) соответствует трем звездам: Гадус, Сацлатени и HIP23511, представленным на рис. 4.б).

Соединим верхние концы треков этих звезд (эти точки треков отвечают положению этих звезд в кадре в один и тот же момент времени!) и получим треугольник  $\triangle ABC$ , представленный на рис. 5. Согласно значениям данных экваториальных координат этих звезд, последние достаточно близко расположены друг другу. Следовательно данный треугольник можно считать плоским. Определим с помощью линейки в данном треугольнике длины всех сторон:  $\ell_1 = AB = 55$  мм,  $\ell_2 = BC = 34$  мм,  $\ell_3 = CA = 67$  мм (Ваши значения длин могут отличаться от указанных при использовании картинки в ином масштабе).

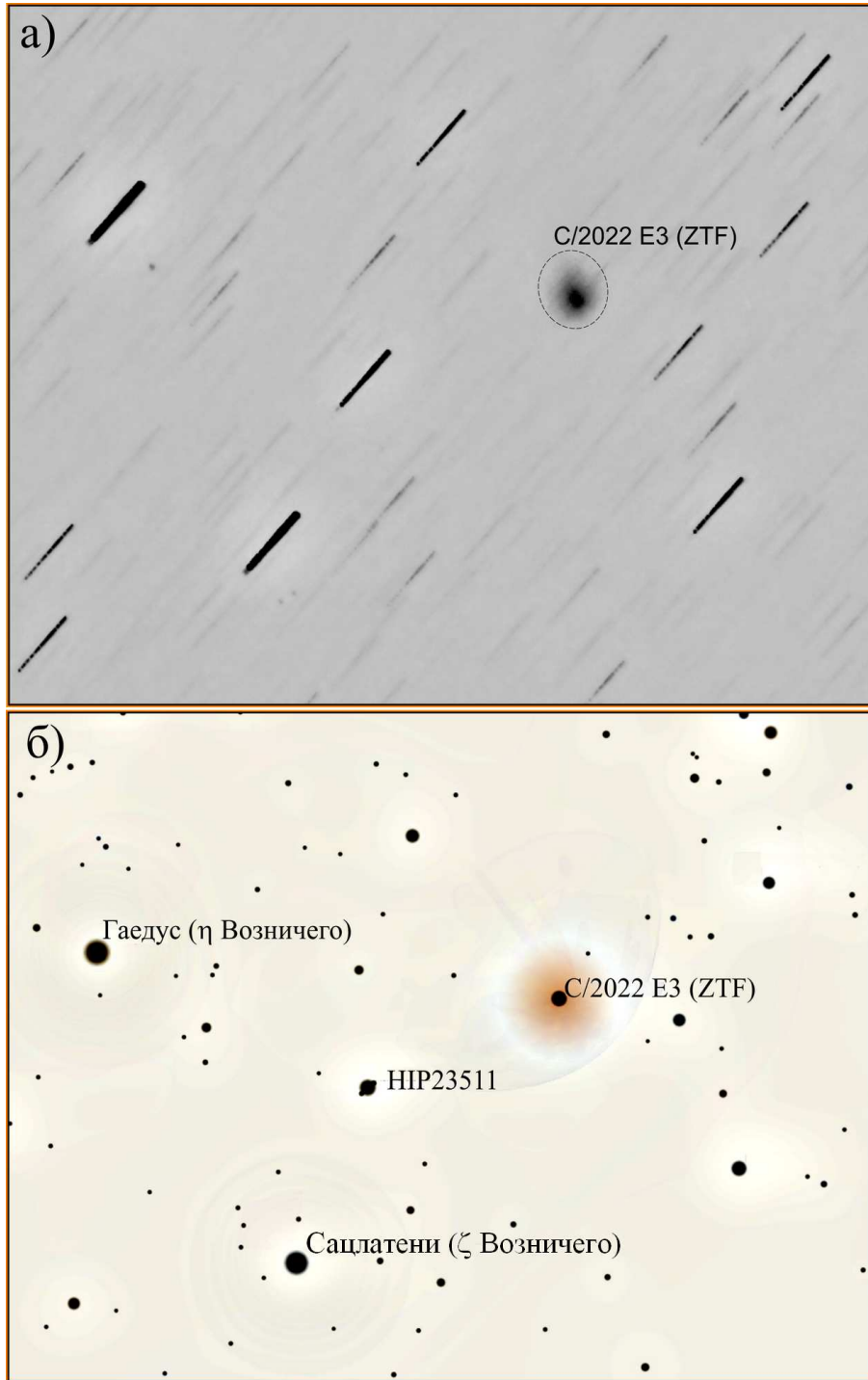


Рис. 4. К определению а) образа кометы и ее видимой комы, полученного астрономом-любителем; б) звездного окружения кометы C/2022 E3 (ZTF), симуляция Stellarium.

Определим угловые расстояния между вершинами данного треугольника:

$$\check{\alpha}_1 = \check{AB} = \sqrt{(\delta_B - \delta_A)^2 + 225(\alpha_B - \alpha_A)^2} = 49.60',$$

$$\check{\alpha}_2 = \check{BC} = \sqrt{(\delta_C - \delta_B)^2 + 225(\alpha_C - \alpha_B)^2} = 25.43',$$

$$\check{\alpha}_3 = \check{CA} = \sqrt{(\delta_A - \delta_C)^2 + 225(\alpha_A - \alpha_C)^2} = 61.49'.$$

В итоге получаем три значения углового масштаба фотографии:

$$\mu_1 = \frac{\check{\alpha}_1}{\ell_1} = 0.90' / \text{мм}, \quad \mu_2 = \frac{\check{\alpha}_2}{\ell_2} = 0.75' / \text{мм}, \quad \mu_3 = \frac{\check{\alpha}_3}{\ell_3} = 0.92' / \text{мм}.$$

В качестве итогового значения для углового масштаба фотографии будем использовать среднее арифметическое полученных значений:

$$\mu = \frac{\mu_1 + \mu_2 + \mu_3}{3} = 0.86' / \text{мм}. \quad (7)$$

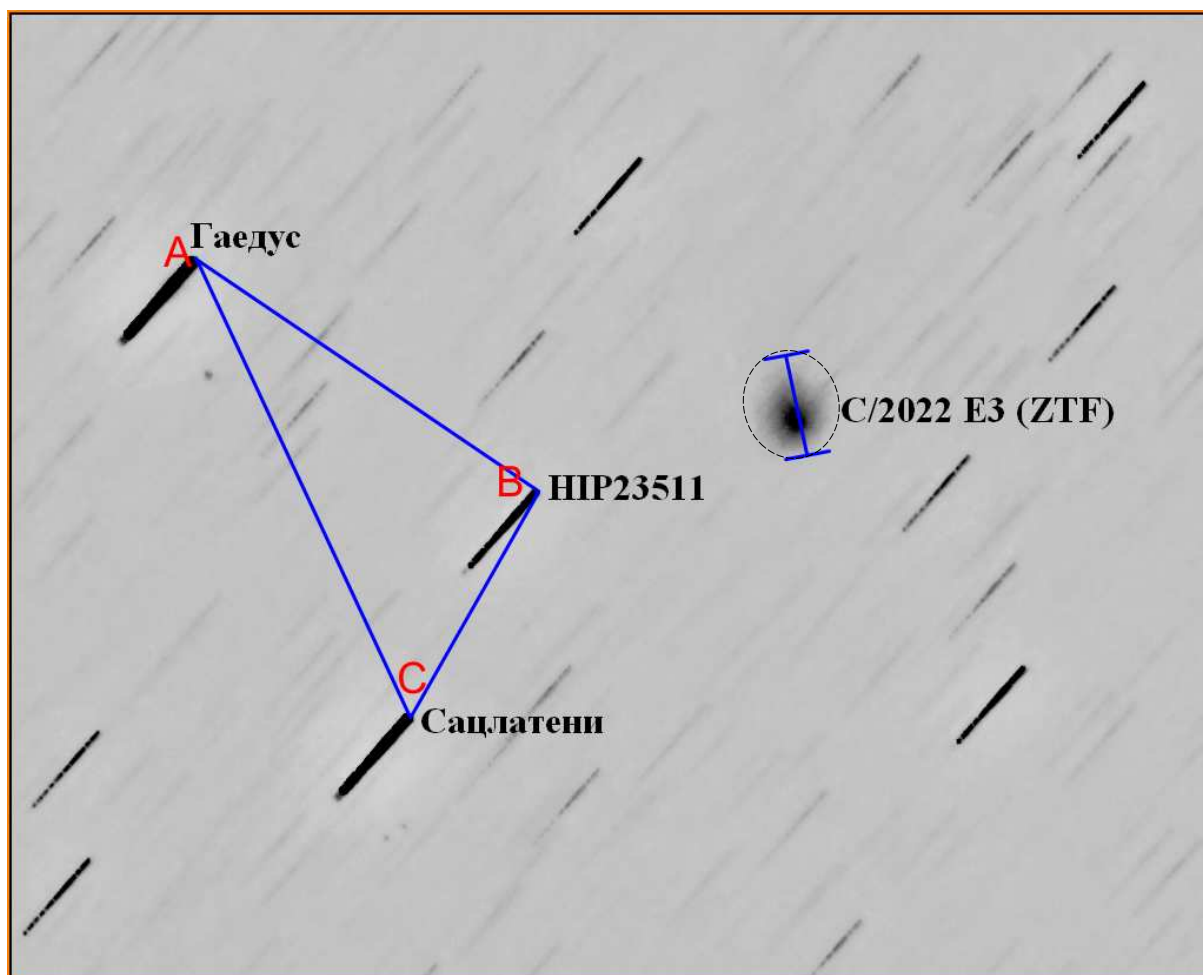


Рис. 5. К определению углового масштаба фотографии.

Далее с помощью линейки измерим наибольшую протяженность видимой части комы (вдоль указанной на рис. 5 растяжки) –  $\ell_c = 14$  мм. В итоге наибольший видимый угловой размер комы представляется в виде:

$$d_{\max}^{(c)} = \mu \ell_c = 12.0'. \quad (8)$$

2. Зная угловой диаметр комы и расстояние до кометы, можно легко оценить наибольший видимый линейный размер комы:

$$D_{\max}^{(c)} = \frac{d_{\max}^{(c)}}{3438'} \times \Delta_c = 173473 \text{ км}. \quad (9)$$

**Ответ:** к задаче представлен выражениями (8)-(9).

**Рекомендации для жюри.**

| Выполненная часть решения задачи                                                                                                               | Балл      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| Явно указано на соответствие положений трех указанных звезд на рис. 4.б) и соответствующих треков на рис. 4.а)                                 | 2         |
| Измерено с помощью линейки по фотографии расстояние между любыми двумя данными звездами + вычислено угловое расстояние между этими же звездами | 2+3       |
| Вычислен угловой масштаб фотографии + определен наибольший видимый угловой размер комы                                                         | 2 + 2     |
| Правильно записана аналитическая формула + получен корректный численный результат для наибольшего видимого линейного размера комы кометы       | 2+1       |
| <b>Максимальный балл за задачу</b>                                                                                                             | <b>14</b> |

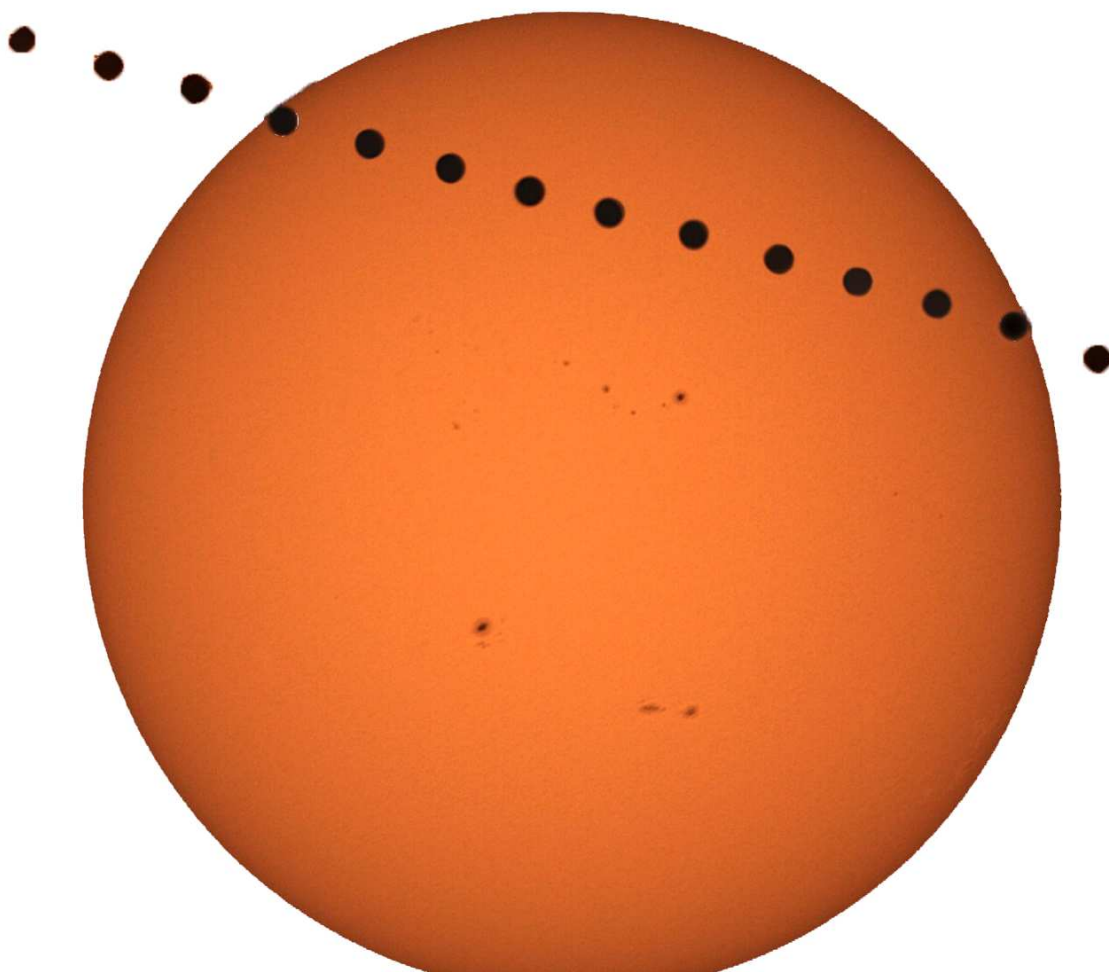


Рис. 6. Прохождение Венеры по диску Солнца 6 июня 2012 года.

#### № 6. «Прохождение Венеры по диску Солнца»

**Условие.** На рис. 6 представлена фотография-коллаж прохождения Венеры по диску Солнца 6 июня 2012 года. Оцените:

1. Общее время (в часах, округлив до сотых) пребывания диска Венеры (полностью спроецировавшейся) на диске Солнца. (18 баллов)
2. Промежуток времени (в минутах, до целых), через который проводилась съемка положений Венеры. Орбиты Земли и Венеры считать круговыми. (2 балла)

**Решение. 1.** Отметим, что точный расчет искомого времени является весьма сложной геометро-кинематической задачей. Чтобы получить надежные оценки искомым величин, рассмотрим прежде частный случай круговых орбит Земли и Венеры, лежащих в одной плоскости. В этом случае транзиты Венеры по диску Солнца были бы центральными, т.е. трек видимого движения планеты проходил бы через центр видимого диска Солнца. Определим продолжительность ( $\tau_p$ ) такого транзита для нижней планеты  $P$  (см. рис. 7).

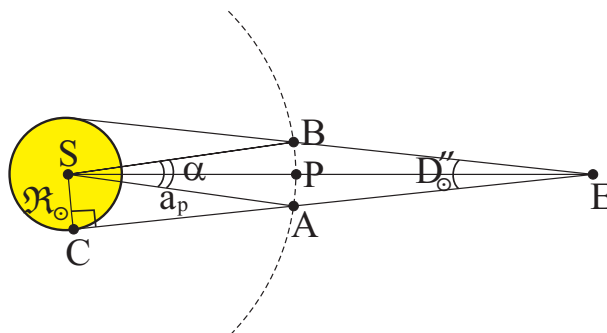


Рис. 7. К определению времени транзита нижней планеты.

$$\tau_p = \frac{\overset{\frown}{AB}}{\omega_{\text{rel}}} = \frac{\alpha}{\omega_{\text{rel}}},$$

здесь  $\alpha$  – угол раствора дуги  $\overset{\frown}{AB}$  орбиты нижней планеты, пребывая в пределах которой, с Земли наблюдается транзит данной планеты;  $\omega_{\text{rel}}$  – угловая скорость относительного движения нижней

планеты. Рассмотрим  $\triangle ACS$  – прямоугольный треугольник, для него имеем

$$\sin \angle CAS = \sin \left( \frac{\alpha + D''_{\odot}}{2} \right) = \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_p},$$

здесь  $a_p$  – радиус орбиты планеты, тогда

$$\alpha = 2 \arcsin \left( \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_p} \right) - D''_{\odot} = 2 \left[ \arcsin \left( \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_p} \right) - \arcsin \left( \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_{\oplus}} \right) \right], \quad (10)$$

здесь  $\mathfrak{R}_{\odot} = 695500 \text{ км} = 4.649 \cdot 10^{-3} \text{ а.е.}$  – радиус Солнца;  $D''_{\odot} = 2 \arcsin (R_{\odot}/a_{\oplus})$  – его угловой диаметр. Относительная угловая скорость запишется в виде:

$$\omega_{\text{rel}} = \omega_p - \omega_{\oplus} = 2\pi \left( \frac{T_{\oplus} - T_p}{T_{\oplus} T_p} \right) = \frac{2\pi}{S_p},$$

здесь  $T_p$ ,  $S_p$  – сидерический и синодический периоды нижней планеты. В результате продолжительность центрального транзита есть

$$\tau_p^{(c)} = \frac{S_p}{\pi} \left[ \arcsin \left( \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_p} \right) - \arcsin \left( \frac{\mathfrak{R}_{\odot}}{a_{\oplus}} \right) \right]. \quad (11)$$

Учитывая далее, что

$$S_{\text{♀}} = \frac{T_{\oplus} T_{\text{♀}}}{T_{\oplus} - T_{\text{♀}}} = 583.91 \text{ сут},$$

здесь и далее  $T_{\text{♀}}$ ,  $S_{\text{♀}}$  – сидерический и синодический периоды Венеры. В результате получаем продолжительность центрального транзитов Венеры:

$$\tau_{\text{♀}}^{(c)} = 0.331 \text{ сут} = 7.93 \text{ час}. \quad (12)$$

**2.** Далее определяем по рисунку с помощью линейки диаметр видимого диска Солнца  $L_{\odot} = 200 \text{ мм}$  и расстояние между центрами черных дисков Венеры, расположенных на краях хорды и еще полностью вписывающихся в его диск –  $\ell_{\text{♀}} = 155 \text{ мм}$  (Ваше значения измеренных расстояний могут отличаться от указанных при использовании картинки в ином масштабе).

**3.** Поскольку время центрального транзита много меньше периода обращения Венеры вокруг Солнца, то участок ее траектории  $AB$  можно считать прямым отрезком и можно записать следующие приближенные равенства:

$$AB = a_{\text{♀}} \cdot \alpha \approx (a_{\oplus} - a_{\text{♀}}) D''_{\odot}.$$

Из последнего результата следует прямая пропорциональность между значением угла  $\alpha$  и угловым диаметром Солнца. Учитывая, что хорда меньше диаметра в  $L_{\odot}/\ell_{\text{♀}}$  раз, то в такое же количество раз угол  $\alpha$  для данного случая должен уменьшиться в сравнении с ситуацией центрального транзита. При этом угловая скорость относительного движения Венеры по сути неизменна, в силу малости наклона ее орбиты к плоскости эклиптики. В итоге приходим к результату для искомого времени транзита:

$$\tau_{\text{♀}} \approx \frac{\ell_{\text{♀}}}{L_{\odot}} \tau_{\text{♀}}^{(c)} = 6.15 \text{ час} = 6 \text{ час } 09 \text{ мин}. \quad (13)$$

Отметим, что полученный результат весьма близок к истинному значению (6 часов 3 минуты), зафиксированному в наблюдениях в указанном году.

**4.** Из рис. 6 видно, что на диске Солнца полностью разместились  $N = 10$  черных дисков Венеры, разделенных  $N - 1 = 9$  интервалами. Следовательно искомый интервал времени можно вычислить так:

$$\Delta t = \frac{\tau_{\text{♀}}}{N - 1} = 0.68 \text{ часа} = 41 \text{ мин}. \quad (14)$$

**Ответ:** к задаче представляется выражениями (13), (14).

*Рекомендации для жюри.*

| Выполненная часть решения задачи                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Балл                           |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------|
| Предложена корректная кинематическая модель определения времени центрального транзита: записана общая формула времени транзита + установлена связь между углами $\angle CAS$ , $\alpha$ , $D''_{\odot}$ + определен $\sin \angle CAS$ + явно определен угол $\alpha$ + рассчитана относительная угловая скорость + получена итоговая формула для $\tau_p^{(c)}$ + выполнен корректный численный расчет | 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 + 1 (13) |
| Получены корректные значения длины хорды и величины диаметра видимого диска Солнца по измерениям на фотографии                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 1+1                            |
| Установление связи между углом $\alpha$ и угловым диаметром Солнца с позиции земного наблюдателя + корректная оценка искомого времени                                                                                                                                                                                                                                                                  | 2+1                            |
| Получена корректная оценка промежутка времени, через который проводилась съемка положений Венеры                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | 2                              |
| <b>Максимальный балл за задачу</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | <b>20</b>                      |

*На решение задач данного тура Олимпиады школьникам отводится 4 часа.*

## Основные справочные данные

### §1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная –  $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме –  $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная –  $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана –  $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона –  $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса  $\alpha$  – частицы –  $m_\alpha = 6.645 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$
- Масса электрона –  $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица –  $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек –  $1 \text{ пк} = 3.261 \text{ св. лет} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла –  $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

### §2. Данные о Солнце

- Радиус –  $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса –  $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость –  $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина –  $-26.74^m$
- Абсолютная болометрическая звездная величина –  $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) –  $+0.67^m$
- Эффективная температура –  $5778 \text{ К}$
- Средний горизонтальный параллакс –  $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли –  $1360 \text{ Вт/м}^2$
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли –  $600 \text{ Вт/м}^2$

### §3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость –  $29.8 \text{ км/с}$
- Период вращения – 23 часа 56 минут 04 секунды
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 –  $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус –  $6378.14 \text{ км}$
- Полярный радиус –  $6356.77 \text{ км}$
- Средний (по объему) радиус –  $6371.01 \text{ км}$
- Масса –  $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность –  $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы –  $\text{N}_2$  (78%),  $\text{O}_2$  (21%), Ar ( $\sim 1\%$ )

### §4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли –  $384400 \text{ км}$
- Минимальное расстояние от Земли –  $356410 \text{ км}$
- Максимальное расстояние от Земли –  $406700 \text{ км}$
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике –  $5^\circ 09'$

- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса –  $7.348 \cdot 10^{22}$  кг или 1/81.3 массы Земли
- Средняя плотность –  $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние –  $-12.7^m$

## §5. Физические характеристики Солнца и планет

| Планета  | Масса                 |             | Радиус |               | Плотность | Период вращения вокруг оси | Наклон экватора к плоскости орбиты | Геометрич. альbedo | Вид. звездная величина* |
|----------|-----------------------|-------------|--------|---------------|-----------|----------------------------|------------------------------------|--------------------|-------------------------|
|          | кг                    | массы Земли | км     | радиусы Земли |           |                            |                                    |                    |                         |
| Солнце   | $1.989 \cdot 10^{30}$ | 332946      | 695500 | 108.97        | 1.41      | 25.380 сут                 | 7.25                               | –                  | $-26.8^m$               |
| Меркурий | $3.302 \cdot 10^{23}$ | 0.05271     | 2439.7 | 0.3825        | 5.42      | 58.646 сут                 | 0.00                               | 0.10               | $-0.1$                  |
| Венера   | $4.869 \cdot 10^{24}$ | 0.81476     | 6051.8 | 0.9488        | 5.20      | 243.019 сут <sup>†</sup>   | 177.36                             | 0.65               | $-4.4^m$                |
| Земля    | $5.974 \cdot 10^{24}$ | 1.00000     | 6378.1 | 1.0000        | 5.52      | 23.934 час                 | 23.45                              | 0.37               | –                       |
| Марс     | $6.419 \cdot 10^{23}$ | 0.10745     | 3397.2 | 0.5326        | 3.93      | 24.623 час                 | 25.19                              | 0.15               | $-2.0^m$                |
| Юпитер   | $1.899 \cdot 10^{27}$ | 317.94      | 71492  | 11.209        | 1.33      | 9.924 час                  | 3.13                               | 0.52               | $-2.7^m$                |
| Сатурн   | $5.685 \cdot 10^{26}$ | 95.181      | 60268  | 9.4494        | 0.69      | 10.656 час                 | 25.33                              | 0.47               | $0.4^m$                 |
| Уран     | $8.683 \cdot 10^{25}$ | 14.535      | 25559  | 4.0073        | 1.32      | 17.24 час <sup>†</sup>     | 97.86                              | 0.51               | $5.7^m$                 |
| Нептун   | $1.024 \cdot 10^{26}$ | 17.135      | 24746  | 3.8799        | 1.64      | 16.11 час                  | 28.31                              | 0.41               | $7.8^m$                 |

\* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

## §6. Характеристики орбит планет

| Планета  | Большая полуось |         | Эксцентриситет | Наклон к плоскости эклиптики | Период обращения | Синодический период |
|----------|-----------------|---------|----------------|------------------------------|------------------|---------------------|
|          | млн. км         | а.е.    |                |                              |                  |                     |
| Меркурий | 57.9            | 0.3871  | 0.2056         | 7.004                        | 87.97 сут        | 115.9               |
| Венера   | 108.2           | 0.7233  | 0.0068         | 3.394                        | 224.70 сут       | 583.9               |
| Земля    | 149.6           | 1.0000  | 0.0167         | 0.000                        | 365.26 сут       | –                   |
| Марс     | 227.9           | 1.5237  | 0.0934         | 1.850                        | 686.98 сут       | 780.0               |
| Юпитер   | 778.3           | 5.2028  | 0.0483         | 1.308                        | 11.862 лет       | 398.9               |
| Сатурн   | 1429.4          | 9.5388  | 0.0560         | 2.488                        | 29.458 лет       | 378.1               |
| Уран     | 2871.0          | 19.1914 | 0.0461         | 0.774                        | 84.01 лет        | 369.7               |
| Нептун   | 4504.3          | 30.0611 | 0.0097         | 1.774                        | 164.79 лет       | 367.5               |

## §7. Характеристики некоторых спутников планет

| Спутник       | Масса                 | Радиус | Плотность          | Радиус орбиты | Период обращения     | Геометрич. альбедо | Вид. звездная величина* |
|---------------|-----------------------|--------|--------------------|---------------|----------------------|--------------------|-------------------------|
|               | кг                    | км     | г·см <sup>-3</sup> | км            | сут                  |                    |                         |
| <b>Земля</b>  |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Луна          | $7.348 \cdot 10^{22}$ | 1738   | 3.34               | 384400        | 27.32166             | 0.12               | -12.7                   |
| <b>Марс</b>   |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Фобос         | $1.08 \cdot 10^{16}$  | ~ 10   | 2.0                | 9380          | 0.31910              | 0.06               | 11.3                    |
| Деймос        | $1.8 \cdot 10^{15}$   | ~ 6    | 1.7                | 23460         | 1.26244              | 0.07               | 12.4                    |
| <b>Юпитер</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Ио            | $8.94 \cdot 10^{22}$  | 1815   | 3.55               | 421800        | 1.769138             | 0.61               | 5.0                     |
| Европа        | $4.8 \cdot 10^{22}$   | 1569   | 3.01               | 671100        | 3.551181             | 0.64               | 5.3                     |
| Ганимед       | $1.48 \cdot 10^{23}$  | 2631   | 1.94               | 1070400       | 7.154553             | 0.42               | 4.6                     |
| Каллисто      | $1.08 \cdot 10^{23}$  | 2400   | 1.86               | 1882800       | 16.68902             | 0.20               | 5.7                     |
| <b>Сатурн</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Тефия         | $7.55 \cdot 10^{20}$  | 530    | 1.21               | 294660        | 1.887802             | 0.9                | 10.2                    |
| Диона         | $1.05 \cdot 10^{21}$  | 560    | 1.43               | 377400        | 2.736915             | 0.7                | 10.4                    |
| Рея           | $2.49 \cdot 10^{21}$  | 765    | 1.33               | 527040        | 4.517500             | 0.7                | 9.7                     |
| Титан         | $1.35 \cdot 10^{23}$  | 2575   | 1.88               | 1221850       | 15.94542             | 0.21               | 8.2                     |
| Япет          | $1.88 \cdot 10^{21}$  | 730    | 1.21               | 3560800       | 79.33018             | 0.20               | ~ 11.0                  |
| <b>Уран</b>   |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Миранда       | $6.33 \cdot 10^{19}$  | 235.8  | 1.15               | 129900        | 1.413479             | 0.27               | 16.3                    |
| Ариэль        | $1.7 \cdot 10^{21}$   | 578.9  | 1.56               | 190900        | 2.520379             | 0.34               | 14.2                    |
| Умбриэль      | $1.27 \cdot 10^{21}$  | 584.7  | 1.52               | 266000        | 4.144177             | 0.18               | 14.8                    |
| Титания       | $3.49 \cdot 10^{21}$  | 788.9  | 1.70               | 436300        | 8.705872             | 0.27               | 13.7                    |
| Оберон        | $3.03 \cdot 10^{21}$  | 761.4  | 1.64               | 583500        | 13.46324             | 0.24               | 13.9                    |
| <b>Нептун</b> |                       |        |                    |               |                      |                    |                         |
| Тритон        | $2.14 \cdot 10^{22}$  | 1350   | 2.07               | 354800        | 5.87685 <sup>†</sup> | 0.7                | 13.5                    |

\* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

## §8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь  $x \ll 1$ , все углы выражаются в радианах.

## Дополнительные справочные данные

§9. Освещенность, создаваемая звездой с видимой звездной величиной  $m = 0^{\text{m}}$

$$E_0 = 2.48 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2.$$