

Всероссийская олимпиада школьников по астрономии
Муниципальный этап, теоретический тур
2025/2026 учебный год
8 класс

Решения задач и критерии их оценивания

№1. «Астромикс-8»

Условие.

I. На территории какого созвездия располагается точка осеннего равноденствия?

Варианты ответов:

1. Пегас	2. Большая Медведица	3. Дракон
4. Гидра	5. Малая Медведица	6. Дева

II. Какая из перечисленных звезд является третьей по яркости звездой земного небосвода?

Варианты ответов:

1. Сириус	2. Канопус	3. Ригил/Толиман
4. Арктур	5. Вега	6. Капелла

III. Какая планета Солнечной системы является второй по малости периода осевого вращения (в порядке его возрастания)?

Варианты ответов:

1. Юпитер	2. Сатурн	3. Уран
4. Меркурий	5. Марс	6. Венера

IV. Какой из перечисленных спутников классических планет Солнечной системы самый далекий от Солнца?

Варианты ответов:

1. Луна	2. Европа	3. Ганимед
4. Каллисто	5. Ио	6. Титан

V. К галактикам какого типа относятся туманность Андромеды и туманность Треугольника?

Варианты ответов:

1. Эллиптические	2. Линзовидные	3. Спиральные	4. Неправильные
------------------	----------------	---------------	-----------------

Решение.

I. Точка осеннего равноденствия располагается на территории созвездия Дева (6).

II. Третьей по яркости звездой земного небосвода является Ригил/Толиман (3).

III. С использованием справочных данных, легко убедиться в том, что второй по малости периода осевого вращения (в порядке его возрастания) является Сатурн (2).

IV. С использованием справочных данных, легко убедиться в том, что самый далекий от Солнца спутником классической планеты Солнечной системы среди представленных является Титан (6).

V. Туманность Андромеды и туманность Треугольника являются спиральными галактиками (3).

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За каждый правильный ответ	3(15)
Максимальный балл за задачу	15

№2. «"Слабое" звено-8»

Условие.

Вашему вниманию ниже представлены 5 последовательностей, составленных из участков небосвода, небесных тел, небесных явлений и астрономических терминов. Определите в каждой цепочке «лишнее звено».

1. Большая Медведица, Малая Медведица, Дракон, Гидра, Цефей, Кассиопея;
2. Венера, астероид Веста, комета Галлея, туманность Гантель, Плутон, спутник Ганимед;
3. Радуга, гало, венец, стив, коллапс звезды, спайт;
4. Дубхе, Ригель, звезда Карла, Спика, Мирак, Ясли;
5. Зенит, южная точка экватора, северный полюс мира, точка юга, точка весеннего равноденствия, эклиптика.

Решение.

1. Очевидно, первая последовательность представляет собой список из шести созвездий, при этом пять из них являются северными околополярными. И лишь созвездие Гидра не принадлежит данной группе созвездий. Следовательно «лишнее звено» – *созвездие Гидры*.

2. Данная последовательность представляет собой группу из 6 объектов, при этом 5 из них принадлежат Солнечной системе. И лишь туманность Гантель является объектом глубокого космоса. Следовательно, здесь «лишнее звено» – *туманность Гантель*.

3. Третья последовательность содержит в себе пять явлений атмосферы Земли и лишь одно явление глубокого космоса – *коллапс звезды*. Очевидно, последнее явление является «лишним звеном» в этой последовательности.

4. Четвертая последовательность содержит названия 5 звезд. И лишь одно название соответствует рассеянному звездному скоплению. Это – *Ясли*. Очевидно, оно и есть «лишнее звено».

5. Пятая последовательность содержит название пяти точек небосвода, определенных в рамках сферической астрономии. И лишь одно название – *эклиптика* (это и есть «лишнее звено»), соответствует понятию большого круга.

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
За каждый правильный ответ	3(15)
Максимальный балл за задачу	15

№3. «Троянские астероиды-8»

Условие.

На рис. 1 представлена схема взаимного расположения Солнца, Юпитера и двух групп троянских астероидов последнего: "греков" и "троянцев".

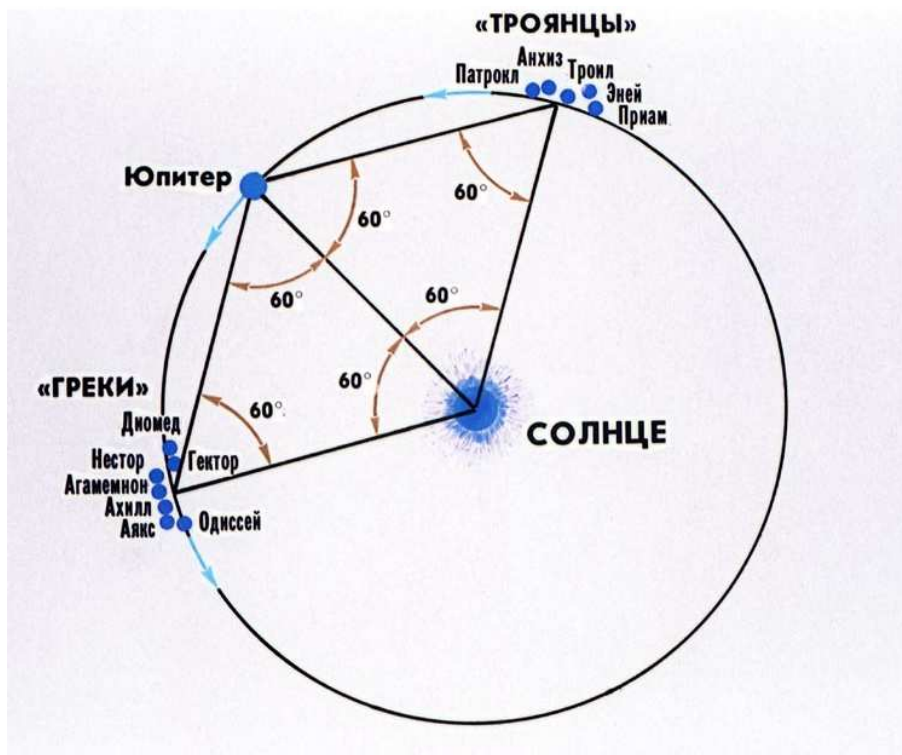


Рис. 1. К определению двух групп троянских астероидов Юпитера: греков и троянцев.

1. На каком расстоянии от группы астероидов "Троянцы" располагается: а) Юпитер, б) группа астероидов "Греки", если радиус орбиты Юпитера равен 5.2 а. е.? Ответ представьте в астрономических единицах, округлив до десятых. Следует полагать, что размеры групп астероидов значительно меньше радиуса орбиты Юпитера.

2. Через какой промежуток времени группа астероидов "Троянцы" займет текущее положение группы астероидов "Греки"? Сидерический период обращения Юпитера вокруг Солнца равен 11.86 лет. Ответ представьте в годах, округлив до сотых.

3. Какой путь по орбите пройдет Юпитер за промежуток времени, определенный в предыдущем пункте? Ответ представьте в млн км, округлив до десятых.

4. Чему равна орбитальная скорость "Троянцев"? Ответ представьте в км/с, округлив до десятых.

Решение.

1.а) Очевидно, что Юпитер, группа астероидов «Троянцы» и Солнце образуют равносторонний треугольник. На это указывает равенство всех углов треугольника. Следовательно, расстояния от Солнца до Юпитера и от Юпитера до «троянцев» являются одинаковыми. Значит троянцы находятся на расстоянии 5.2 а. е. от Юпитера.

1.б) Очевидно, что и "греки" расположены от Солнца на том же расстоянии. Треугольник "Солнце-Греки-Троянцы" является равнобедренным, с углом при вершине в 120° и 30° при основании. Опустим мысленно из вершины "Солнце" на прямую "троянцы-греки" перпендикуляр, он будет являться высотой, медианой и биссектрисой. Как известно напротив угла в 30° располагается катет в два раза меньший гипотенузы. Следовательно, длина данного перпендикуляра есть $r_J/2$, где r_J – радиус орбиты Юпитера. Значит, искомое расстояние (Δ_{GT}) "троянцы-греки" можно определить, с использованием теоремы Пифагора, по формуле:

$$\Delta_{GT} = 2\sqrt{r_J^2 - (r_J/2)^2} = \sqrt{3}r_J = 9.0 \text{ а.е.} \quad (1)$$

2. Согласно рисунку, астероиды группы «Троянцы», отстоят от группы астероидов «Греки» на 120° относительно центра Солнца. Данный угол составляет $1/3$ от угла, соответствующего всей дуге окружности. Следовательно, «Троянцы» окажутся на месте «Греков» через $1/3$ сидерического периода Юпитера, т. е. через 3.95 года.

3. Поскольку найденный промежуток времени составляет $1/3$ от сидерического периода обращения Юпитера, следовательно, за данный промежуток времени он пройдет $1/3$ от всей длины своей круговой орбиты. Значит, искомое расстояние будет

$$L = \frac{1}{3} \cdot 2\pi r_J = 10.89 \text{ а. е.} = 1629 \text{ млн км.}$$

4. Поскольку «Троянцы» движутся на том же расстоянии от Солнца, что и Юпитер, следовательно их сидерический период (T_T) обращения вокруг Солнца является таким же как у Юпитера (T_J). Очевидно, орбитальную скорость «Троянцев» можно определить по формуле:

$$V_T = \frac{2\pi r_J}{T_J} = \frac{2\pi 5.2 \text{ а. е.}}{11.86 \text{ лет}} = 2.7555 \text{ а. е./год} = 13.1 \text{ км/с.}$$

Рекомендации для жюри

Выполненная часть решения задачи	Балл
Обоснование, что треугольник "Солнце-Юпитер-Троянцы" является равнобедренным + определение численного значения для расстояния "Юпитер-Троянцы"	3 + 2
Определение треугольника "Солнце-Греки-Троянцы" как равнобедренного + величины перпендикуляра + аналитическая формула + численный ответ для расстояния троянцы-греки.	3+3+3+2
Определение угла поворота троянцев, как доли от угла всей дуги окружности + определение искомого промежутка времени как доли от сидерического периода + численный расчет промежутка времени	2+2+2
Запись аналитической формулы для искомого расстояния + его численный расчет	2+2
Явное указание на равенство сидерических периодов обращения "Троянцев" и Юпитера + запись аналитической формулы + численный результат	3 + 2 + 2
Максимальный балл за задачу	33

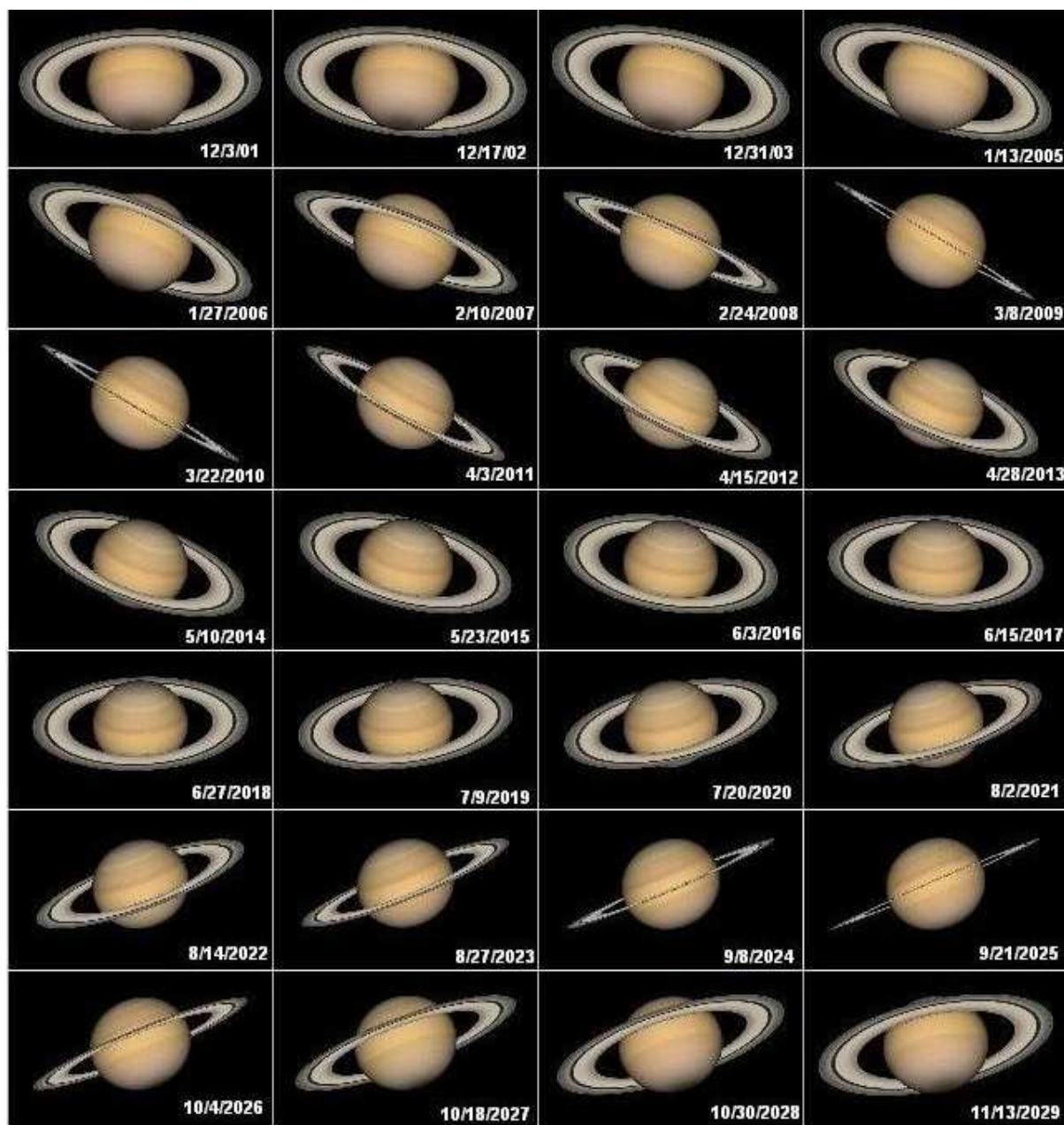


Рис. 2. К определению ориентации Сатурна и его колец по отношению к земному наблюдателю в моменты его противостояний в период 2001-2029 гг.

№4. «Противостояния Сатурна и его колец-8»

Условие. На рис. 2 представлены прямые образы Сатурна (на всех образах сверху расположен северный полюс планеты), полученные (симулированные) в моменты, близкие к его противостоянию, в период 2001-2029 гг с позиции наблюдателя, расположенного в северном географическом полушарии. Следует отметить, что кольца планеты расположены в плоскости экватора планеты. На каждом образе проставлена дата противостояния планеты в порядке: месяц/число/год.

Определите:

1. В какие годы угол между лучом зрения и осью вращения планеты принимал минимальные значения?

2. В какие годы планета с кольцами выглядела наиболее тусклым светилом в момент противостояния? Орбиты Сатурна и Земли считайте круговыми.

3. С использованием справочных данных и данного рисунка, определите радиусы внешней и внутренней границ внутреннего (В) и внешнего (А) колец Сатурна. Ответ представьте в тысячах километров, округлив до целых.

4. Определите площадь S поверхности Сатурна-шара, а также площади всех поверхностей внутреннего (В) и внешнего (А) колец Сатурна. Площадями торцевых частей колец следует пренебречь. Ответ представьте в квадратных километрах, округлив до целых. Следует учесть, что площадь поверхности шара радиуса R рассчитывается по формуле:

$$S = 4\pi R^2. \quad (2)$$

5. Определите как можно точнее по рисунку угол наклона экватора планеты к плоскости эклиптики. Опишите свою методику измерений. Сравните полученный результат с табличным значением, оцените погрешность измерений. Следует считать, что горизонтальные границы кадров параллельны плоскости эклиптики.

Решение.

1. Если угол между лучом зрения, распространяющимся от Сатурна к земному наблюдателю, и осью его вращения минимален, то кольца планеты в этот момент должны быть максимально широко "раскрыты" для этого наблюдателя. Следовательно, среди представленных образов необходимо выделить те, у которых видимая площадь колец является максимальной. Очевидно, этому условию удовлетворяют образы от 3 декабря 2001 года, а также от 15 июня 2017 года (допускается также 27 июня 2018 года).

2. Видимая яркость планеты в противостояния зависит от ориентации колец по отношению к наблюдателю. Чем больше видимая с Земли площадь колец, тем больше света они отражают в направлении наблюдателя. Следовательно, Сатурн был наиболее тусклым в годы, когда Земля проходила через его экваториальную плоскость, в которой и располагаются кольца. В эти годы они были ориентированы торцом к земному наблюдателю и фактически были не видны. Этому условию удовлетворяют 2009 и 2025 годы.

3. Из таблицы справочных данных определяем линейный радиус Сатурна – $R_S = 60268$ км. (2 балла) Значит диаметр планеты равен $D_S = 120536$ км. С использованием линейки на данном рисунке, например, на первом изображении, измеряем экваториальный диаметр планеты (22 мм, Ваши значения могут отличаться от указанных!), а также диаметры внутренней (33 мм), внешней (43 мм) границ кольца В, внутренней (44 мм) и внешней (50 мм) границ кольца А. (5 баллов) Далее составляем пропорции вида: (8 баллов)

$$\left\{ \begin{array}{l} 120536 \text{ км} \rightarrow 22 \text{ мм} \\ x \text{ км} \rightarrow 33 \text{ мм} \end{array} \right\} \Rightarrow x = 120536 \text{ км} \times \frac{33}{22} = 180800 \text{ км}. \quad (3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 120536 \text{ км} \rightarrow 22 \text{ мм} \\ y \text{ км} \rightarrow 43 \text{ мм} \end{array} \right\} \Rightarrow y = 120536 \text{ км} \times \frac{43}{22} = 235600 \text{ км}. \quad (4)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 120536 \text{ км} \rightarrow 22 \text{ мм} \\ t \text{ км} \rightarrow 44 \text{ мм} \end{array} \right\} \Rightarrow t = 120536 \text{ км} \times \frac{44}{22} = 241100 \text{ км}. \quad (5)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 120536 \text{ км} \rightarrow 22 \text{ мм} \\ z \text{ км} \rightarrow 50 \text{ мм} \end{array} \right\} \Rightarrow z = 120536 \text{ км} \times \frac{50}{22} = 273950 \text{ км}. \quad (6)$$

Значит искомые радиусы внутренней и внешней границ кольца В есть $R_B^{(\text{внут})} = \frac{x}{2} = 90400$ км, $R_B^{(\text{внеш})} = \frac{y}{2} = 117800$ км, внутренней и внешней границ кольца А равен $R_A^{(\text{внут})} = \frac{t}{2} = 120600$ км, $R_A^{(\text{внеш})} = \frac{z}{2} = 137000$ км. (4 балла)

4. Вычислим по формуле (2) площадь поверхности Сатурна:

$$S = 4\pi R_S^2 = 4.56 \cdot 10^{10} \text{ км}^2. \quad (7)$$

Далее вычислим площади двух поверхностей колец В и А планеты, как разности площадей кругов с радиусами $R_i^{(\text{внут})}$, $R_i^{(\text{внеш})}$:

$$S_A = 2\pi(R_A^{(\text{внеш})})^2 - 2\pi(R_A^{(\text{внут})})^2 = 2.654 \cdot 10^{10} \text{ км}^2, \quad S_B = 2\pi(R_B^{(\text{внеш})})^2 - 2\pi(R_B^{(\text{внут})})^2 = 3.584 \cdot 10^{10} \text{ км}^2 \quad (8)$$

5. Определить угол наклона плоскости экватора планеты к плоскости эклиптики удобнее всего в те моменты, когда кольца планеты видны фактически с торца, т. е. на образах 2009 и 2025 года. С использованием транспортира, определяем угол между прямой, проходящей через две наиболее взаимно удаленные точки колец, и горизонтальными границами кадра: $\alpha_{2009} = 29^\circ$, $\alpha_{2025} = 22^\circ$. Для уменьшения погрешности в качестве итогового результата будем рассматривать среднее арифметическое от измеренных величин:

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{2} (\alpha_{2009} + \alpha_{2025}) = 25.5^\circ. \quad (9)$$

Согласно справочным данным, искомая величина составляет $\alpha_0 = 25.33^\circ$. Значит, погрешность измерения величины составляет $\Delta\alpha = |\bar{\alpha} - \alpha_0| = 0.17^\circ$. Очевидно, полученное значение $\bar{\alpha}$ определено весьма точно!

Рекомендации для жюри.

Выполненная часть решения задачи	Балл
Явно указано, что минимальность данного угла соответствует максимальной раскрытости колец в направлении земного наблюдателя + корректное определение дат	2 + (1+1)
Явно указано, что степень яркости (тусклости) образа планеты зависит от ориентации плоскости колец по отношению к земному наблюдателю + корректно определены даты	2 + (1+1)
Правильно измерены по рисунку радиусы/диаметры границ колец и планеты + составлены пропорции + вычислены линейные радиусы границ	3+8+4
Корректно вычислены площадь поверхности планеты-шара + получены аналитические формулы + численный результат для двух поверхностей колец А + В	2+(2+2)+(1+1)
Представлена корректная методика определения угла наклона с использованием транспортира или иным способом и найдены два значения от 2009 и 2025 года + получено численное значение усреднением двух значений + вычислена погрешность	3+ 2 + 1
Максимальный балл за задачу	37

На решение задач данного тура Олимпиады школьникам отводится 2.5 часа.

Основные справочные данные

§1. Основные физические и астрономические постоянные

- Гравитационная постоянная – $G = 6.674 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3 \cdot \text{кг}^{-1} \cdot \text{с}^{-2}$
- Скорость света в вакууме – $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ м/с}$
- Универсальная газовая постоянная – $R = 8.31 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \cdot \text{К}^{-1} \cdot \text{моль}^{-1}$
- Постоянная Стефана-Больцмана – $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ кг} \cdot \text{с}^{-3} \cdot \text{К}^{-4}$
- Масса протона – $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$
- Масса α – частицы – $m_\alpha = 6.645 \cdot 10^{-26} \text{ кг}$
- Масса электрона – $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$
- Астрономическая единица – $1 \text{ а.е.} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ м}$
- Парсек – $1 \text{ пк} = 3.261 \text{ св. лет} = 206265 \text{ а.е.} = 3.086 \cdot 10^{16} \text{ м}$
- Постоянная Хаббла – $H = 72 \text{ км} \cdot \text{с}^{-1} \cdot \text{Мпк}^{-1}$

§2. Данные о Солнце

- Радиус – $6.955 \cdot 10^5 \text{ км}$
- Масса – $1.989 \cdot 10^{30} \text{ кг}$
- Светимость – $3.827 \cdot 10^{26} \text{ Вт}$
- Спектральный класс – G2
- Видимая звездная величина – -26.74^m
- Абсолютная болометрическая звездная величина – $+4.83^m$
- Показатель цвета (B-V) – $+0.67^m$
- Эффективная температура – 5778 К
- Средний горизонтальный параллакс – $8.794''$
- Интегральный поток энергии на расстоянии Земли – 1360 Вт/м^2
- Поток энергии в видимых лучах на расстоянии Земли – 600 Вт/м^2

§3. Данные о Земле

- Эксцентриситет орбиты – 0.017
- Тропический год – 365.24219 сут
- Средняя орбитальная скорость – 29.8 км/с
- Период вращения – 23 часа 56 минут 04 секунды
- Наклон экватора к эклиптике на эпоху 2000.0 – $23^\circ 26' 21.45''$
- Экваториальный радиус – 6378.14 км
- Полярный радиус – 6356.77 км
- Средний (по объему) радиус – 6371.01 км
- Масса – $5.974 \cdot 10^{24} \text{ кг}$
- Средняя плотность – $5.52 \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$
- Объемный состав атмосферы – N_2 (78%), O_2 (21%), Ar ($\sim 1\%$)

§4. Данные о Луне

- Среднее расстояние от Земли – 384400 км
- Минимальное расстояние от Земли – 356410 км
- Максимальное расстояние от Земли – 406700 км
- Эксцентриситет орбиты – 0.055
- Наклон плоскости орбиты к эклиптике – $5^\circ 09'$

- Сидерический (звездный) период обращения – 27.321662 сут
- Синодический период обращения – 29.530589 сут
- Радиус – 1738 км
- Масса – $7.348 \cdot 10^{22}$ кг или 1/81.3 массы Земли
- Средняя плотность – $3.34 \text{ г}\cdot\text{см}^{-3}$
- Визуальное геометрическое альbedo – 0.12
- Видимая звездная величина в полнолуние – -12.7^m

§5. Физические характеристики Солнца и планет

Планета	Масса		Радиус		Плотность	Период вращения вокруг оси	Наклон экватора к плоскости орбиты	Геометрич. альbedo	Вид. звездная величина*
	кг	массы Земли	км	радиусы Земли					
Солнце	$1.989 \cdot 10^{30}$	332946	695500	108.97	1.41	25.380 сут	7.25	–	-26.8^m
Меркурий	$3.302 \cdot 10^{23}$	0.05271	2439.7	0.3825	5.42	58.646 сут	0.00	0.10	-0.1
Венера	$4.869 \cdot 10^{24}$	0.81476	6051.8	0.9488	5.20	243.019 сут [†]	177.36	0.65	-4.4^m
Земля	$5.974 \cdot 10^{24}$	1.00000	6378.1	1.0000	5.52	23.934 час	23.45	0.37	–
Марс	$6.419 \cdot 10^{23}$	0.10745	3397.2	0.5326	3.93	24.623 час	25.19	0.15	-2.0^m
Юпитер	$1.899 \cdot 10^{27}$	317.94	71492	11.209	1.33	9.924 час	3.13	0.52	-2.7^m
Сатурн	$5.685 \cdot 10^{26}$	95.181	60268	9.4494	0.69	10.656 час	25.33	0.47	0.4^m
Уран	$8.683 \cdot 10^{25}$	14.535	25559	4.0073	1.32	17.24 час [†]	97.86	0.51	5.7^m
Нептун	$1.024 \cdot 10^{26}$	17.135	24746	3.8799	1.64	16.11 час	28.31	0.41	7.8^m

* для наибольшей элонгации Меркурия и Венеры и среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§6. Характеристики орбит планет

Планета	Большая полуось		Эксцентриситет	Наклон к плоскости эклиптики	Период обращения	Синодический период
	млн. км	а.е.				
Меркурий	57.9	0.3871	0.2056	7.004	87.97 сут	115.9
Венера	108.2	0.7233	0.0068	3.394	224.70 сут	583.9
Земля	149.6	1.0000	0.0167	0.000	365.26 сут	–
Марс	227.9	1.5237	0.0934	1.850	686.98 сут	780.0
Юпитер	778.3	5.2028	0.0483	1.308	11.862 лет	398.9
Сатурн	1429.4	9.5388	0.0560	2.488	29.458 лет	378.1
Уран	2871.0	19.1914	0.0461	0.774	84.01 лет	369.7
Нептун	4504.3	30.0611	0.0097	1.774	164.79 лет	367.5

§7. Характеристики некоторых спутников планет

Спутник	Масса	Радиус	Плотность	Радиус орбиты	Период обращения	Геометрич. альбедо	Вид. звездная величина*
	кг	км	г·см ⁻³	км	сут		
Земля							
Луна	$7.348 \cdot 10^{22}$	1738	3.34	384400	27.32166	0.12	-12.7
Марс							
Фобос	$1.08 \cdot 10^{16}$	~ 10	2.0	9380	0.31910	0.06	11.3
Деймос	$1.8 \cdot 10^{15}$	~ 6	1.7	23460	1.26244	0.07	12.4
Юпитер							
Ио	$8.94 \cdot 10^{22}$	1815	3.55	421800	1.769138	0.61	5.0
Европа	$4.8 \cdot 10^{22}$	1569	3.01	671100	3.551181	0.64	5.3
Ганимед	$1.48 \cdot 10^{23}$	2631	1.94	1070400	7.154553	0.42	4.6
Каллисто	$1.08 \cdot 10^{23}$	2400	1.86	1882800	16.68902	0.20	5.7
Сатурн							
Тефия	$7.55 \cdot 10^{20}$	530	1.21	294660	1.887802	0.9	10.2
Диона	$1.05 \cdot 10^{21}$	560	1.43	377400	2.736915	0.7	10.4
Рея	$2.49 \cdot 10^{21}$	765	1.33	527040	4.517500	0.7	9.7
Титан	$1.35 \cdot 10^{23}$	2575	1.88	1221850	15.94542	0.21	8.2
Япет	$1.88 \cdot 10^{21}$	730	1.21	3560800	79.33018	0.20	~ 11.0
Уран							
Миранда	$6.33 \cdot 10^{19}$	235.8	1.15	129900	1.413479	0.27	16.3
Ариэль	$1.7 \cdot 10^{21}$	578.9	1.56	190900	2.520379	0.34	14.2
Умбриэль	$1.27 \cdot 10^{21}$	584.7	1.52	266000	4.144177	0.18	14.8
Титания	$3.49 \cdot 10^{21}$	788.9	1.70	436300	8.705872	0.27	13.7
Оберон	$3.03 \cdot 10^{21}$	761.4	1.64	583500	13.46324	0.24	13.9
Нептун							
Тритон	$2.14 \cdot 10^{22}$	1350	2.07	354800	5.87685 [†]	0.7	13.5

* – для полнолуния или среднего противостояния внешних планет;

† – обратное вращение.

§8. Формулы приближенного вычисления

$$\sin x \approx \operatorname{tg} x \approx x;$$

$$\sin(x \pm \alpha) \approx \sin \alpha \pm x \cos \alpha;$$

$$\cos(x \pm \alpha) \approx \cos \alpha \mp x \sin \alpha;$$

$$\operatorname{tg}(x \pm \alpha) \approx \operatorname{tg} \alpha \pm \frac{x}{\cos^2 \alpha};$$

$$(1 + x)^n \approx 1 + nx;$$

здесь $x \ll 1$, все углы выражаются в радианах.