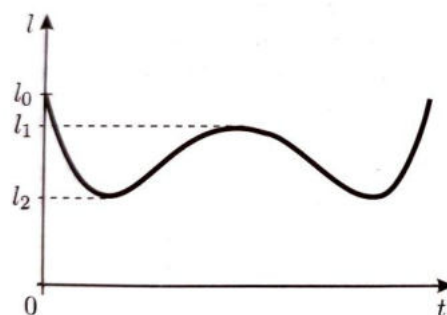


Задание 1. «Высокие отношения»

Силач Петя вышел во двор погулять и взял с собой мяч. В это время на балконе соседнего дома поливала цветы Маша. Петя с поверхности земли подбросил вверх мяч. Расстояние l между мячом и неподвижной Машей изменяется со временем t по закону, показанному на графике. На какой высоте над землей и на каком расстоянии от линии, по которой движется мяч, находится Маша? Чему равна начальная скорость мяча?



Величины l_0 , l_1 и l_2 считать известными.

Решение:

- Представим, что Маша находится на высоте h и на расстоянии a от линии, вдоль которой движется мяч. Возможны два случая:
 - Мяч не долетает до высоты, на которой находится Маша. В этом случае расстояние l от мяча до Маши сначала уменьшается, а затем увеличивается.
 - Мяч поднимается выше балкона Маши – в этом случае расстояние l сначала уменьшается от $\sqrt{a^2 + h^2}$ до a , а затем увеличивается до $\sqrt{a^2 + (H - h)^2}$, (где H - высота подъема мяча), а потом опять уменьшается до a и увеличивается до $\sqrt{a^2 + h^2}$.

- Исходя из приведенного графика реализуется именно второй случай. При этом

$$l_0 = \sqrt{a^2 + h^2}, \quad l_1 = \sqrt{a^2 + (H - h)^2}.$$

$$\text{Следовательно, } a = l_2, \quad h = \sqrt{l_0^2 - a^2} = \sqrt{l_0^2 - l_2^2}$$

$$H = h + \sqrt{l_1^2 - a^2} = \sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2}$$

- Начальную скорость мяча найдем из соотношения $V_0^2 = 2gH$

$$V_0 = \sqrt{2g \left(\sqrt{l_0^2 - l_2^2} + \sqrt{l_1^2 - l_2^2} \right)}.$$

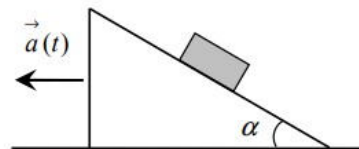
Критерии оценивания:

1. Рассмотрено 2 случая для полета мяча: когда мяч не долетает до балкона и когда подлетает выше балкона – **2 балл**.
2. Обоснованно выбран именно второй случай – **2 балл**.
3. Правильно выражены l_0 и l_1 через высоты и расстояние до линии движения мяча – **2 балла**.
4. Найдено выражение для определения высоты подъема мяча – **2 балла**.
5. Записано выражение для начальной скорости мяча – **2 балла**.

Всего 10 баллов.

Задание 2. «Экспериментируем»

На клине, стоящем на горизонтальном столе, лежит брусок. Угол наклона клина $\alpha = \arctg(0,4)$. Коэффициент трения между клином и бруском $\mu = 0,5$. Клин начинает двигаться с горизонтальным ускорением, зависящим от времени t по закону $a(t) = a_0 \cdot (t/t_0)$, где $a_0 = 1 \text{ м/с}^2$ и $t_0 = 7,2 \text{ с}$. Найдите, через какое время T брусок начнёт скользить по клину. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ выразите в секундах.



Решение:

1. Рассмотрим движение бруска вместе с клином до начала скольжения. На брусок действуют сила тяжести, сила нормальной реакции опоры и сила трения покоя $F_{\text{тр}}$. Вектор $F_{\text{тр}}$ направлен вверх вдоль поверхности клина.

2. Запишем второй закон Ньютона для бруска в проекциях на ox и oy :

$$ma \cos \alpha = F - mg \sin \alpha \quad \text{следовательно, } F = ma \cos \alpha + mg \sin \alpha$$

$$-ma \sin \alpha = N - mg \cos \alpha \quad \text{следовательно, } N = mg \cos \alpha - ma \sin \alpha$$

3. Брусок начинает скользить по клину, когда сила трения покоя F достигает своего максимального значения: $F = \mu N$

$$m \cdot (g \sin \alpha + a \cos \alpha) = \mu \cdot m(g \cos \alpha - a \sin \alpha)$$

$$a = \frac{g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)}$$

4. Подставляя $a = a_0 (T/t_0)$, находим время T :

$$T = t_0 \cdot \frac{g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{a_0(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)} = t_0 \cdot \frac{g}{a_0} \cdot \frac{\mu - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \mu \operatorname{tg} \alpha} = 6 \text{ с}$$

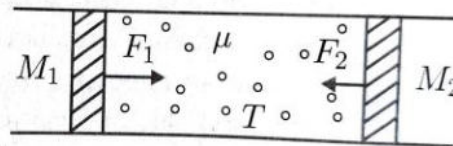
Критерии оценивания:

1. Сделан рисунок, расставлены правильно все силы, действующие на тело – **1 балл**.
2. Записан второй закон Ньютона в проекциях на оси - **1 балл**.
3. Правильно выражены силы трения и сила реакции опоры – **1 балл**.
4. Записано условие начала скольжения бруска - **1 балл**.
5. Получено выражение для ускорения клина - **2 балла**.
6. Получено выражение для времени T – **2 балла**.
7. Правильно рассчитано значение времени T – **2 балла**.

Всего **10 баллов**.

Задание 3. «В равновесии»

В длинной горизонтальной трубке сечением S находятся поршни массой M_1 и M_2 . Поршни способны перемещаться без трения. Между поршнями находится идеальный газ в количестве 1 моль, масса которого m много меньше M_1 и M_2 . Каким будет установившееся расстояние между поршнями, если к ним приложить силы F_1 и F_2 , направленные вдоль одной оси противоположно друг другу. Температура газа постоянна и равна T . Трубка находится в вакууме.



Решение:

1. Запишем уравнение движения системы «поршень1-газ-поршень2» в установившемся режиме (движение вправо с ускорением a)

$$(M_1 + M_2 + m)a = F_1 - F_2$$

Так как $m \ll M_1, M_2$, то $a = \frac{F_1 - F_2}{M_1 + M_2}$

2. Давление газа везде одинаково и определяется выражением: $M_1 a = -pS + F_1$

$$p = \frac{M_2 F_1 + M_1 F_2}{(M_1 + M_2)S}$$

3. Объем газа равен $V = \frac{\nu RT}{p} = \frac{RTS(M_1 + M_2)}{M_2 F_1 + M_1 F_2}$, учитывая что $\nu = 1$ моль и установившееся

расстояние между поршнями равно $x = \frac{V}{S} = \frac{\nu RT (M_1 + M_2)}{M_2 F_1 + M_1 F_2}$.

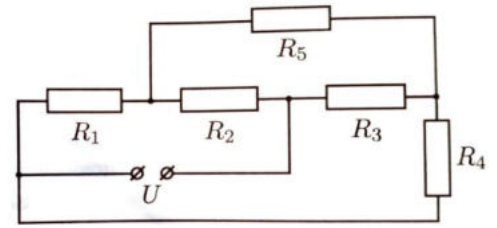
Критерии оценивания:

1. Правильно записано уравнение движения системы – **2 балла**.
2. Записано выражения для ускорения a – **1 балла**.
3. Записано уравнение движения одного из поршней – **2 балл**.
4. Записано выражения для нахождения давления в системе – **1 балл**.
5. Получено выражение для объема газа в системе – **2 балла**.
6. Получено правильное выражение для расстояния между поршнями – **2 балл**.

Всего 10 баллов.

Задание 4. «Сила мысли».

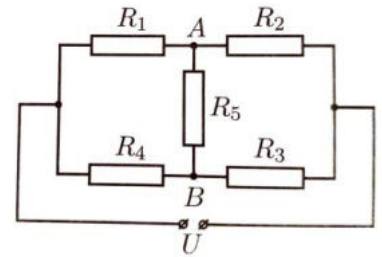
Ученик 9 класса решил собрать электрическую цепь, состоящую из источника напряжения, четырех одинаковых резисторов и пятого, отличного от них. Найдите силу тока, текущего через резистор R_5 , если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10 \text{ Ом}$.



Найдите также общее сопротивление цепи. При этом учтите, что сопротивление пятого резистора $R_5 = 3 \text{ Ом}$, а напряжение на зажимах $U = 12 \text{ В}$.

Решение:

1. Так как резисторы с первого по четвертый обладают одинаковым сопротивлением, то данную схему можно перерисовать в следующей форме:



2. Получившаяся схема симметрична относительно R_5 , следовательно разность потенциалов между точками А и В равно нулю. Следовательно ток через R_5 не течет. $I_5 = 0$.

3. Найдем силу тока, текущего через R_1 и R_2 : $I_{12} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{U}{2R}$

4. Точно такой же ток течет через резисторы R_4 и R_3 : $I_{34} = \frac{U}{R_3 + R_4} = \frac{U}{2R}$

5. Следовательно, ток, текущей через источник напряжения $I_{\text{общ}} = U / R_{\text{общ}}$

6. Выражаем полное сопротивление цепи: $R_{\text{общ}} = U / I_{\text{общ}} = 10 \text{ Ом}$.

Критерии оценивания:

1. Нарисована альтернативная электрическая цепь, приведены объяснения – **2 балла**.
2. Исходя из новой электрической цепи, показано, что разность потенциалов между точками А и В равна нулю. Сделан вывод о том, что ток через пятый резистор не течет – **3 балла**.
3. Записано выражения для силы тока, протекающего через резисторы R_1, R_2, R_3, R_4 – **2 балла**.
4. Записан закон Ома для участка цепи – **1 балл**.
5. Записано выражение для полного сопротивления и приведено его численное значение – **2 балла**.

Всего 10 баллов.

Задание 5. «Закрыт на ремонт»

Бассейн ЦСК ВВС в Самаре закрылся на ремонт в связи с поломкой систем отопления и водоснабжения. При этом из бассейна объемом V часть воды вытекла, а оставшаяся часть замерзла. В итоге в бассейне остался лед объемом $\frac{10}{27}V$ при температуре $0\text{ }^{\circ}\text{C}$. В бассейн начинают наливать воду. Какую температура должна иметь вода, чтобы, когда лед растает и бассейн будет полностью заполнен, вода в нем имела температуру $t = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000\text{ кг/м}^3$, плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900\text{ кг/м}^3$, удельная теплоемкость воды $c_{\text{в}} = 4200\text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$, льда $c_{\text{л}} = 2100\text{ Дж/кг}\cdot\text{К}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 335\text{ кДж/кг}$.

Решение:

1. Обозначим начальную массу льда как $m = \rho_{\text{л}} \cdot 10V/27$. Масса доливаемой воды при температуре t_0 (которую в конечном счете нужно найти) обозначим за $M = (\rho_{\text{в}}V - m)/$

2. Запишем выражения для количества теплоты, отдаваемое наливаемой водой, которое уйдет на плавление льда и нагревание, образовавшейся воды до температуры $20\text{ }^{\circ}\text{C}$:
 $Q = c_{\text{в}}(\rho_{\text{в}}V - m)(t_0 - t) = \lambda m + c_{\text{в}}mt$

3. Выразим t_0 : $t_0 = t + \frac{m(t + \lambda/c_{\text{в}})}{\rho_{\text{в}}V - m}$, подставляем начальную массу льда и рассчитываем:

$$t_0 = t + \frac{10\rho_{\text{л}}(t + \lambda/c_{\text{в}})}{27\rho_{\text{в}} - 10\rho_{\text{л}}} \approx 70\text{ }^{\circ}\text{C}$$

Критерии оценивания:

1. Записано уравнение теплового баланса – **5 балла**.
2. Получено выражение для t_0 – **3 балла**.
3. Правильно рассчитана начальная температура доливаемой воды – **2 балла**.

Всего 10 баллов.