

Задание 1. «Приятные встречи»

Чебурашка и Гена бегут в одну сторону по кругу на спортивной площадке. Каждые 12 минут Чебурашка обгоняет Гену. Навстречу им бежит Шапокляк, которая каждые 4 минуты встречается с Геной. Через какой промежуток времени происходят встречи Шапокляк с Чебурашкой?

Решение:

1. Обозначим за L – длину круга на стадионе. $V_ч$, $V_Г$ и $V_ш$ – скорости Чебурашки, Гены и Шапокляк соответственно.

2. За время $t_1 = 12$ мин Чебурашка пробегает на L больше, чем Гена.

3. Составим уравнение: $(V_ч - V_Г) \cdot t_1 = L$

4. За время $t_2 = 4$ мин Гена и Шапокляк вместе пробегают расстояние L .

Значит $(V_Г + V_ш) \cdot t_2 = L$

5. Найдём время t_3 , за которое Чебурашка и Шапокляк пробегают расстояние L :

$$(V_ч + V_ш) \cdot t_3 = L$$

6. Из уравнений (3), (4), (5) выразим относительные скорости и составим уравнение относительно t_3 : $\frac{L}{t_1} + \frac{L}{t_2} = \frac{L}{t_3}$

7. Выразим $t_3 = \frac{t_1 \times t_2}{t_1 + t_2} = 3$ мин

Ответ: Встреча Шапокляк и Чебурашки происходит каждые 3 минуты.

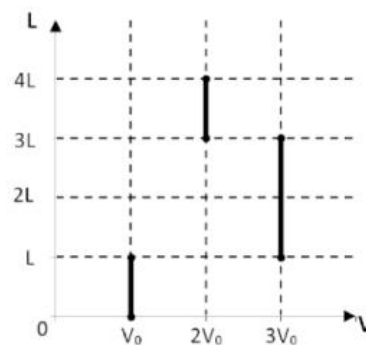
Критерии оценивания:

- 1) Записано выражение для t_1 - **2 балла**.
- 2) Записано выражение для t_2 - **2 балла**.
- 3) Записано выражение для t_3 - **2 балла**.
- 4) Решена система уравнений - **2 балла**.
- 5) Получен верный численный ответ - **2 балла**.

Всего 10 баллов.

Задание 2. «По горизонтали, по вертикали»

В Самару на Новогодние праздники приехал цирк. Ученики 7 класса, конечно, не могли пропустить это событие и погрузившись в школьный автобус, отправились смотреть представление. На графике представлена зависимость пройденного автобусом пути от его скорости. Определите среднюю скорость движения учеников на всём пути.



Решение:

1. Запишем формулу для средней скорости тела на всем пути: $v_{\text{ср}} = \frac{4L}{t_1 + t_2 + t_3 + t_4}$
2. Найдем время, которое затратил ученик на каждом участке пути: $t_1 = \frac{L}{v_0}$, $t_2 = \frac{L}{2v_0}$, $t_3 = \frac{2L}{3v_0}$
3. Запишем выражения для средней скорости: $v_{\text{ср}} = \frac{4L}{L/v_0 + L/2v_0 + 2L/3v_0} = \frac{24}{13} v_0$

Критерии оценивания:

1. Записана формула для средней скорости - **2 балла**.
2. Записано выражение для t_1 - **2 балла**.
3. Записано выражение для t_2 - **2 балла**.
4. Записано выражение для t_3 - **2 балла**.
5. Верно рассчитано значение средней скорости - **2 балла**.

Всего 10 баллов.

Задание 3. «Тот плотнее - кто умнее»

Отличник Вася и троечник Петя собирали модели роботов. Петя собрал свою модель таким образом, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, а плотность головы в пять раз больше плотности оставшейся части тела. Вася собрал свою модель так, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, но плотность головы в пятьдесят раз больше плотности оставшейся части тела.

Во сколько раз плотность Васиного робота больше плотности робота Пети?

Решение:

1. Запишем формулу для плотности всего робота: $\rho = \frac{m_{\Gamma} + m_{\text{Т}}}{V_{\Gamma} + V_{\text{Т}}}$.
2. Выразим массы частей робота через их плотности и объёмы и получим выражения для плотности всего робота: $\rho_{\text{Вася}} = \frac{\rho_{\text{Т}} 20V_{\Gamma} + 50\rho_{\text{Т}} V_{\Gamma}}{21V_{\Gamma}} = \frac{70}{21} \rho_{\text{Т}}$
3. Для робота Пети выражение для плотности: $\rho_{\text{Петя}} = \frac{\rho_{\text{Т}} 20V_{\Gamma} + 5\rho_{\text{Т}} V_{\Gamma}}{21V_{\Gamma}} = \frac{25}{21} \rho_{\text{Т}}$
4. Вычислим отношение плотностей роботов: $\frac{\rho_{\text{Вася}}}{\rho_{\text{Петя}}} = \frac{70}{25} = 2,8$.

Критерии оценивания:

1. Записана формула для плотности всего робота – **2 балла**.
2. Записано выражение для массы частей робота через плотности и объёмы – **2 балла**.
3. Записаны выражения для плотностей обоих роботов через заданные параметры
4. – **3 балла**.
5. Получен правильный числовой ответ - **3 балл**.

Всего 10 баллов.

Задание 4. «Овощное состязание»

Вася нашел дома весы и решил поэкспериментировать. Он выяснил, что один баклажан и один кабачок весят столько же, сколько три картофелины и одна морковь, а два баклажана столько же, сколько четыре морковки и один кабачок. Оказалось также, что пять морковок весят больше, чем кабачок и две картофелины, но меньше, чем два кабачка и одна картофелина. Сколько, по меньшей мере, ему надо взять баклажанов, чтобы перевесить картофелину, кабачок и две морковки?

Решение:

Составим систему, отвечающую условию задачи, обозначив массы баклажана, кабачка, картофелины и морковки как m_1 , m_2 , m_3 , m_4 соответственно.

$$1) \quad m_1 + m_2 = 3m_3 + m_4$$

$$2) \quad 2m_1 = 4m_4 + m_2$$

$$3) \quad m_2 + 2m_3 < 5m_4 < 2m_2 + m_3$$

Получаем, что $44/15 < m_1 < 37/12$, приняв массу морковки $m_4 = 1$.

Теперь будем проверять сколько баклажанов надо взять, чтобы $nm_1 > m_2 + m_3 + 2m_4$.

Если возьмем один, то получим $m_1 < 11/6$ — не подходит.

Если возьмем 2, то получим $m_1 < 11/3$ — подходит.

Ответ: 2 баклажана.

Критерии оценивания:

1. Полностью составлена система уравнений – **5 баллов**.
2. Показано, что одного баклажана не хватит – **2 балла**.
3. Получен верный ответ, но не доказан – **3 балла**.

Всего 10 баллов

Любое верное и обоснованное решение – **10 баллов**.