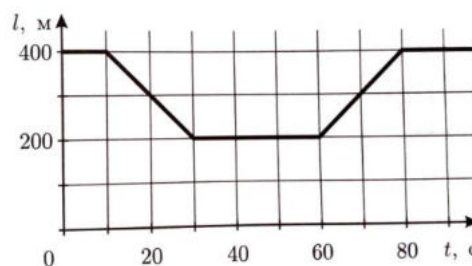


Задание 1. «Друг за дружкой»

На длинном прямом шоссе автомобили движутся с постоянной скоростью V_1 всюду, за исключением моста, на котором автомобили движутся с другой постоянной скоростью V_2 . На рисунке изображен график зависимости расстояния L между двумя движущимися друг за другом автомобилями от времени t . Найдите скорость V_1 и V_2 , а также длину моста.



Решение:

- Анализируя график зависимости расстояния между автомобилями, приходим к выводу, что, пока оба автомобиля движутся по шоссе или по мосту, расстояние между ними сохраняется: $L_1 = 400$ м и $L_2 = 200$ м. Расстояние уменьшается и увеличивается, когда первый автомобиль въезжает на мост $t_1 = 10$ с, а второй продолжает двигаться по шоссе или когда первый автомобиль съезжает с моста, а второй движется по нему.
- В момент $t_2 = 30$ с расстояние между ними сокращается до $L_1 - L_2 = 200$ м за время $t_2 - t_1 = 20$ с. Автомобили начинают сближаться со скоростью:

$$V_1 - V_2 = \frac{l_1 - l_2}{t_2 - t_1} = 10 \text{ м/с}.$$
- Следовательно, $V_1 > 10$ м/с и время, за которое второй автомобиль доедет до моста, не может быть больше $\frac{400 \text{ м}}{10 \text{ м/с}} = 40$ секунд.
- Также в момент $t_2 = 30$ с расстояние между ними не меняется, значит они движутся с одинаковыми скоростями, и здесь может существовать 2 причины: или первый автомобиль съехал с моста, а второй на мост еще не заехал; или второй автомобиль въехал на мост, а первый еще не съехал с него.
- Рассмотрим первый случай (первый автомобиль съехал с моста, а второй на него не заехал): следующее увеличение расстояние между автомобилями произойдет в момент $t_3 = 60$ с, когда второй автомобиль заедет на мост. Т.к. это произошло только через $t = t_3 - t_1 = 50$ с после въезда первого автомобиля на мост, то первый случай невозможен (противоречит пункту 3). Следовательно, возможен только 2-ой вариант (в момент $t_3 = 60$ с первый автомобиль съезжает с моста).

6. Значит второй автомобиль проехал до моста по шоссе $l_1 = 400\text{м}$ за время $t = t_2 - t_1$.
 $t = 20\text{с}$ и его скорость была равна: $V_1 = \frac{l_1}{t_2 - t_1} = \frac{400\text{м}}{20\text{с}} = 20\text{ м/с}$.
7. Скорость автомобилей на мосту: $V_2 = V_1 - \frac{l_1 - l_2}{t_2 - t_1} = 20\frac{\text{м}}{\text{с}} - 10\text{ м/с} = 10\text{ м/с}$.
8. Первый автомобиль преодолел мост с этой скоростью за время $t = t_3 - t_1 = 50\text{ с}$.
 Значит длина моста $L = V_2 \cdot (t_3 - t_1) = 500\text{м}$.

Критерии оценивания:

1. Выполнен анализ графика, соответствующий пункту 1 – **1 балл**.
2. Рассчитана скорость сближения автомобилей – **1 балл**.
3. Установлено время, за которое второй автомобиль доедет до моста – **1 балл**.
4. Рассмотрены 2 варианта движения автомобилей на отрезке времени $[30 - 60]\text{с}$,
 исключен один из них – **1 балла**.
5. Записано уравнение для нахождения скорости V_1 – **1 балл**.
6. Правильно посчитана скорость V_1 – **1 балл**.
7. Записано уравнение для нахождения скорости V_2 – **1 балл**.
8. Правильно посчитана скорость V_2 – **1 балл**.
9. Записано уравнение для нахождения длины моста – **1 балл**.
10. Рассчитана длина моста – **1 балл**.

Всего 10 баллов.

Задание 2. «По капелькам»

В калориметр, в котором находилось $m_0 = 100$ г воды при температуре $T_0 = 20$ °С, по каплям с постоянной скоростью начинают наливать горячую воду с постоянной температурой.

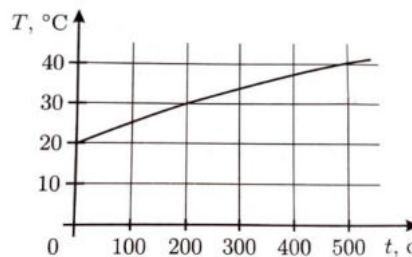


График зависимости температуры воды в калориметре от времени $T(t)$ изображен на рисунке. Найдите температуру горячей воды, считая, что между падением капель в калориметре каждый раз успевает установиться тепловое равновесие. Потерями тепла пренебречь.

Решение:

1. Введем обозначение: T_r - температура горячей воды, μ - масса горячей воды, поступающей в калориметр в единицу времени.
2. Запишем зависимость температуры воды в калориметре от времени $T(t)$ через уравнение теплового баланса: $Cm_0(T - T_0) = C\mu t(T_r - T)$, разделим на C .
3. Составим систему уравнений для момента времени t_1 и t_2 :

$$m_0(T_1 - T_0) = \mu t_1(T_r - T_1) \quad (1)$$

$$m_0(T_2 - T_0) = \mu t_2(T_r - T_2) \quad (2)$$

4. Решим систему уравнений, разделив (2) : (1) и выразим T_r :

$$\frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_0} \cdot \frac{t_1}{t_2} = \frac{T_r - T_2}{T_r - T_1}$$

$$T_r = \frac{T_2 (T_1 - T_0)t_2 - T_1(T_2 - T_0)t_1}{(T_1 - T_0)t_2 - (T_2 - T_0)t_1}$$

5. Из графика возьмем любые две «красивые» точки, например, в момент времени $t_1 = 200$ с Температура $T_1 = 30$ °С, а в момент $t_2 = 500$ с температура $T_2 = 40$ °С. Подставляя эти числа в выражение для T_r , находим, что $T_r = 80$ °С.

Критерии оценивания:

1. Записана зависимость температуры воды в калориметре от времени $T(t)$ через уравнение теплового баланса – **2 балла**.
2. Составлена система уравнений для двух температур – **2 балла**.
3. Решена система уравнений относительно T_f – **2 балла**.
4. Выбраны из графика две точки и подставлены в выражение для T_f – **2 балла**.
5. Правильно посчитан числовой ответ – **2 балла**.

Всего 10 баллов.

Задание 3. «Давай быстрее!»

Ученик 8 класса перед школой решил перекусить и налил горячий суп доверху в большую тарелку. Обжегся и решил подождать пока суп остынет до температуры, когда его можно есть. На это у него ушло ровно 20 мин. Тогда он задумался, как можно ускорить процесс охлаждения и решил разлить суп по маленьким тарелкам, которые также заполнены доверху и подобны большой. Известно, что суп из большой тарелки помещается в 8 маленьких, а количество тепла, отдаваемое в единицу времени с единицы поверхности каждой тарелки, пропорционально разности температур супа и окружающей среды.

Через какое время суп, разлитый по маленьким тарелочкам, может есть ученик?

Примечание: форму тарелок считать цилиндрической с круглыми основаниями радиуса

R – большая тарелка, r – малая тарелка. Объем цилиндра рассчитывается по формуле:

$V = S \times H$, где S – площадь основания цилиндра, H – его высота.

Решение:

1. Вводим обозначения для тарелок: R , H и V – радиус, высота и объем большой тарелки.
 r , h , v – радиус, высота и объем маленькой тарелки.
2. Масса супа в маленькой тарелки: $m = \frac{M}{8}$.
3. Подобие тарелок означает, что отношение $\frac{R}{r} = \frac{H}{h} = N$, следовательно $r = \frac{R}{N}$, $h = \frac{H}{N}$.
4. Найдем отношение объемов тарелок: $V = m \times \rho$, $\frac{M}{m} = \frac{V}{v} = \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 h} = N^3 = n = 8$.
5. Следовательно $N = \sqrt[3]{8} = 2$. Значит маленькая тарелка вдвое меньше большой.
6. По условию задачи, теплоотдача для каждой тарелки с ее поверхности происходит по закону: $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \alpha S(T - T_0)$, где ΔQ – количество теплоты, отдаваемое за время Δt с поверхности S , T и T_0 – начальная температура супа и температура окружающей среды, соответственно, α – коэффициент пропорциональности.
7. С другой стороны, известно, что при остывании супа на ΔT градусов он отдает количество теплоты $\Delta Q = C \cdot M \cdot \Delta T$, C – удельная теплоемкость супа.
8. Приравняем правые части уравнений (6) и (7): $\frac{CM\Delta T}{\Delta t} = \alpha S(T - T_0)$.
9. Учитываем, что площадь поверхности $S \sim R^2$, а масса супа пропорциональна его объему: $M \sim R^2 H$.
10. Тогда скорость остывания супа: $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{\alpha S(T - T_0)}{CM} \sim \frac{\alpha R^2}{CR^2 H} (T - T_0) \sim \frac{T - T_0}{H}$.

11. Вывод: скорость остывания супа при одинаковой разности температур обратно пропорциональна глубине тарелки, а так как $H = Nh = 2h$, то скорость охлаждения большой тарелки вдвое меньше, чем маленькой.
12. Значит суп из маленькой тарелки можно съесть через $t_{\text{мал}} = \frac{t_{\text{бол}}}{2} = 10$ минут.

Ответ: Через 10 минут.

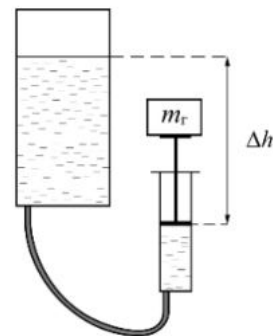
Критерии оценивания:

1. Записано подобие объемов тарелок – **1 балл**.
 2. Сделан вывод о том, что маленькая тарелка вдвое меньше большой – **1 балла**.
 3. Записан закон, по которому происходит теплоотдача для каждой тарелки с ее поверхности – **2 балла**.
 4. Записано уравнение для количества теплоты, которое выделяется с поверхности супа, при остывании его до комнатной температуры – **1 балл**.
 5. Записано уравнение: $\frac{CM\Delta T}{\Delta t} = \alpha S(T - T_0)$ – **1 балл**.
 6. Записано выражение для скорости остывания супа - **2 балла**
- $$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{\alpha S(T - T_0)}{CM} \sim \frac{\alpha R^2}{CR^2H} (T - T_0) \sim \frac{T - T_0}{H}$$
7. Доказано, что скорость охлаждения большой тарелки вдвое меньше, чем маленькой – **1 балл**.
 8. Получен правильный численный ответ - **1 балл**.

Всего 10 баллов.

Задание 4. «Без физики в медицине никуда».

Для измерения некоторых технических характеристик медицинского шприца ученик собрал установку, изображенную на рисунке. Исследуемый шприц он закрепил в вертикальном положении. Вместо иглы к нему присоединил тонкую гибкую трубку, второй конец которой соединил с отверстием в дне цилиндрического сосуда. Затем экспериментатор измерил разность уровней Δh воды в сосуде и шприце, при которой



поршень шприца начинал двигаться вверх в процессе плавного подъема сосуда. Оказалось, что величина Δh зависит от массы m_r груза, закрепленного на верхнем упоре поршня. Результаты измерений зависимости $\Delta h(m_r)$ он представил в таблице, в которой также приведена Δh_x для груза неизвестной массы m_x .

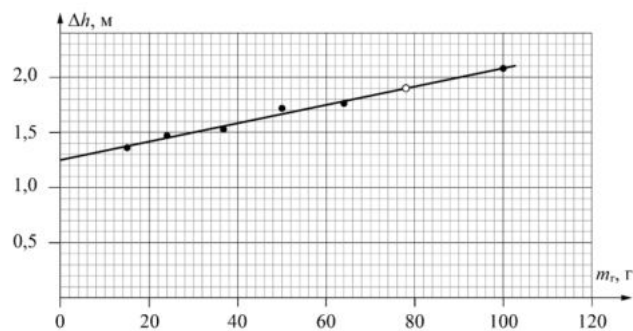
Примечания: массой поршня можно пренебречь; воздушная прослойка между поршнем и водой в шприце отсутствует; плотность воды $\rho = 1,0 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$; $g = 10 \text{ Н/кг}$.

№	m_r , г	Δh , м
1	15	1,36
2	24	1,47
3	37	1,53
4	52	1,72
5	64	1,76
6	m_x	1,90
7	100	2,08

1. Установите зависимость $\Delta h(m_r)$.
2. Постройте график экспериментальной зависимости $\Delta h(m_r)$.
3. Чему равна неизвестная масса m_x груза в шестой строке таблицы.

Решение:

1. Распишем все силы, действующие на поршень при его равномерном движении: сила тяжести груза и сила трения между поршнем и стенкой шприца уравновешены силой давления столба воды высотой Δh . Значит: $m_r g + F_{\text{тр}} = \rho g S \Delta h$
2. Для нахождения зависимости $\Delta h(m_r)$ выразим Δh : $\Delta h = \frac{m_r g}{\rho g S} + \frac{F_{\text{тр}}}{\rho g S}$, так как сила трения, плотность воды и площадь поверхности поршня – постоянны, то можно говорить о линейной зависимости $\Delta h(m_r)$.
3. Построим график найденной зависимости:



4. Из графика видно, что при $\Delta h_x = 1,9$ м масса груза должна быть равной $m_x = 78$ г.

Критерии оценивания:

1. Указаны все силы, действующие на поршень, записано выражение (1) – **2 балла**.
2. Показана линейная зависимость Δh (m_g) – **2 балла**.
3. Построен график найденной зависимости, соблюдены правила построения графиков – **2 балла**.
4. По графику найдено численное значение m_x .

Если погрешность значения массы составила до 5% от авторского решения – **4 балла**.

Если погрешность составила (6 – 10) % - **2 балла**.

Всего 10 баллов.