

Задание 1. «Звездные войны»

В далекой, далекой галактике в межзвездном пространстве навстречу друг другу двигаются корабли Империи и Повстанцев. Корабль Империи движется со скоростью $V_1 = 2 \times 10^7$ м/с, а корабль повстанцев со скоростью $V_2 = 3 \times 10^7$ м/с. В некоторый момент времени Имперцы подают короткий радиосигнал на корабль повстанцев, получая его отраженный ответ через $t = 2,4$ с после отправления. Радиосигнал распространяется со скоростью света ($3 \cdot 10^8$ м/с), которая не зависит от скорости источника, посылающего сигнал. На каком расстоянии друг от друга находились корабли в момент посылки сигнала и в момент получения отраженного сигнала первым кораблем?

Решение:

1. Выберем систему отсчёта, в которой скорости кораблей V_1 и V_2 соответственно.
 2. Обозначим за L расстояние между кораблями в момент времени $t=0$. Тогда радиосигнал достигнет второго корабля за время $t_1 = \frac{L}{v_2+c}$.

3. В момент времени, когда сигнал достигнет второго корабля, расстояние между кораблями равно:

$$S = L - (v_1 + v_2)t_1 = L \left(1 - \frac{v_1+v_2}{v_2+c} \right) = L \cdot \frac{c-v_1}{v_2+c}.$$

4. После отражения сигнала от второго корабля, он будет двигаться навстречу первому в течение времени $t_2 = \frac{S}{v_1+c}$. Значит полное время, за которое сигнал вернется на первый корабль: $t = t_1 + t_2 = \frac{L}{v_2+c} + \frac{L \left(\frac{c-v_1}{v_2+c} \right)}{v_1+c}$.

5. Выражаем $L = \frac{(v_1+c)(v_2+c)}{2c} \cdot t = 4,224 \cdot 10^8$ м.

6. В момент приема оправленного сигнала первым кораблем расстояние между кораблями равно: $L_1 = L - (v_1 + v_2)t = \frac{(c-v_1)(c-v_2)}{2c} \cdot t = 3,024 \cdot 10^8$ м.

Критерии оценивания:

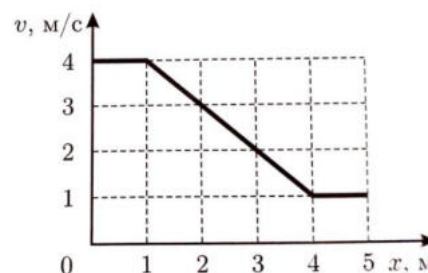
1. Выбрана система отсчета, связанная с Землей. Записано выражение для времени t_1 , когда сигнал достигнет второго корабля – **1 балл**.
 2. Записано выражение для расстояния между кораблями в момент времени t_1 – **1 балл**.
 3. Записано выражение для определения времени t_2 , когда сигнал отразится от второго корабля и вернется на первый – **1 балл**.
 4. Записано выражения для полного времени t , за которое сигнал пройдет путь между кораблями туда и обратно – **1 балл**.
 5. Выражено расстояние L между кораблями в начальный момент времени – **2 балла**.
 6. Правильно рассчитано числовое значение L – **1 балл**.
 7. Записано выражение для расстояния L_1 – **2 балла**.
 8. Правильно рассчитано числовое значение L_1 – **1 балл**.
- Всего 10 баллов.**

Задание 2. «Z»

Тело движется по прямой. График зависимости его скорости v от координаты x приведен на рисунке.

Найдите ускорение тела в точке с координатой $x = 3$ м.

Найдите также максимальное ускорение тела на отрезке от 0 до 5 м.



Решение:

1. Проанализировав участки графика, сделаем вывод, что при $x < 1$ и при $x > 4$ скорость тела не изменяется, следовательно ускорение равно 0. На участке $x \in [1; 4]$ тело движется замедляясь.
2. Запишем функциональную зависимости $v(x)$ на втором участке: $v = 5 - kx$, где k – размерный коэффициент, $k = 1 \text{ с}^{-1}$
3. Найдем изменение скорости за небольшой промежуток времени:
$$\Delta v = v(t + \Delta t) - v(t) = (5 - kx(t + \Delta t)) - (5 - kx(t)) = -k(x(t + \Delta t) - x(t)) = -k\Delta x$$
4. Разделим левую и правую часть уравнения (3) на Δt : $\frac{\Delta v}{\Delta t} = -k \frac{\Delta x}{\Delta t}$.
5. Находим, что ускорение $a = -kv$.
6. В точке с координатой $x = 3$ м тело имеет скорость $v = 5 - 3 = 2$ м/с и ускорение $a = -2$ м/с²
7. Максимальное по модулю ускорение тело имеет в той точке интервала $1 \text{ м} < x < 4 \text{ м}$, где максимальна по модулю его скорость, то есть в точке, где его координата минимальна. Это точка $x=1$ м. Скорость тела в этой точке $v = 5 - 1 = 4$ м/с, а ускорение $a = -4$ м/с²

Критерии оценивания:

1. Выполнен анализ графика зависимости $v(x)$ – **1 балл**.
2. Найдена функциональная зависимости $v(x)$ на втором участке – **2 балла**.
3. Записано выражения для ускорения через изменение скорости со временем – **2 балла**.
4. Найдено ускорение в точке $x=3$ м – **2 балла**.
5. Верно рассчитано максимальное ускорение – **3 балла**.

Всего 10 баллов.

Задание 3. «Волшебная палочка».

В трубку длиной $L=17\text{см}$ налиты ртуть, вода, масло. Трубка наклонена под углом 30° к горизонту. Длина ртутного столбика $l_1=5\text{см}$, водяного $l_2=8\text{см}$. Радиус трубки 2мм . Найти силу давления жидкости на основание трубки. Плотность ртути 13600кг/м^3 , воды 1000кг/м^3 , масла 900кг/м^3 .

Решение:

1. Сила давления всех жидкостей на дно трубки должна быть пропорциональна общему давлению всех жидкостей: $F = P_{\text{общ}} \cdot S$, где S – площадь основания трубки.

2. $P_{\text{общ}} = P_1 + P_2 + P_3$, где $P_1 = \rho g h_1$, $P_2 = \rho g h_2$, $P_3 = \rho g h_3$

3. Выразим высоту столба жидкости через длину столбика жидкости и угол наклона:

$$h_1 = l_1 \sin \alpha, h_2 = l_2 \sin \alpha, h_3 = l_3 \sin \alpha.$$

4. Вычислим длину столбика масла: $l_3 = L - (l_1 + l_2)$.

5. Запишем основное уравнение для нахождения силы давления, учитывая, что площадь основания $S = \pi R^2$: $F = \pi R^2 g (\rho_1 l_1 + \rho_2 l_2 + \rho_3 (L - (l_1 + l_2))) \sin \alpha$.

6. Подставив значения, вычислим силу давления жидкостей на дно сосуда: $F = 0,05\text{Н}$

Критерии оценивания:

1. Сделан рисунок, правильно обозначена высота столба жидкости – **2 балла**.
2. Записана формула для нахождения силы давления через общее давление со стороны всех жидкостей – **2 балла**.

3. Правильно выражена высота через угол наклона трубочки к горизонтальной плоскости – **2 балла**.

4. Рассчитана длина столбика масла – **1 балл**.

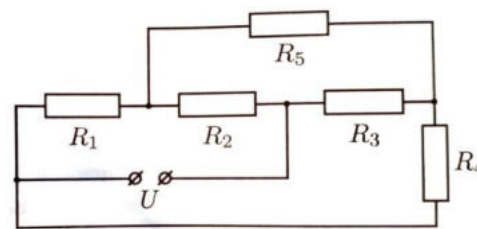
5. Рассчитана площадь основания трубочки – **1 балл**.

6. Правильно посчитан числовой ответ – **2 балла**.

Всего 10 баллов.

Задание 4. «Сила мысли».

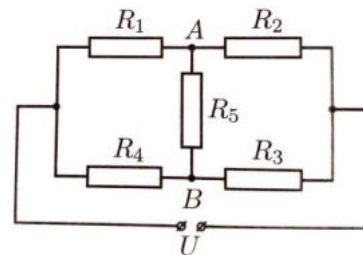
Ученик 9 класса решил собрать электрическую цепь, состоящую из источника напряжения, четырех одинаковых резисторов и пятого, отличного от них. Найдите силу тока, текущего через резистор R_5 , если $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10 \text{ Ом}$.



Найдите также общее сопротивление цепи. При этом учтите, что сопротивление пятого резистора $R_5 = 3 \text{ Ом}$, а напряжение на зажимах $U = 12 \text{ В}$.

Решение:

1. Так как резисторы с первого по четвертый обладают одинаковым сопротивлением, то данную схему можно перерисовать в следующей форме:



2. Получившаяся схема симметрична относительно R_5 , следовательно разность потенциалов между точками А и В равно нулю. Следовательно ток через R_5 не течет. $I_5 = 0$.

3. Найдём силу тока, текущего через R_1 и R_2 : $I_{12} = \frac{U}{R_1 + R_2} = \frac{U}{2R}$

4. Точно такой же ток течет через резисторы R_4 и R_3 : $I_{34} = \frac{U}{R_3 + R_4} = \frac{U}{2R}$

5. Следовательно, ток, текущей через источник напряжения $I_{\text{общ}} = U / R_{\text{общ}}$

6. Выражаем полное сопротивление цепи: $R_{\text{общ}} = U / I_{\text{общ}} = 10 \text{ Ом}$.

Критерии оценивания:

1. Нарисована альтернативная электрическая цепь, приведены объяснения – **2 балла**.

2. Исходя из новой электрической цепи, показано, что разность потенциалов между точками А и В равна нулю. Сделан вывод о том, что ток через пятый резистор не течет – **3 балла**.

3. Записано выражения для силы тока, протекающего через резисторы R_1 , R_2 , R_3 , R_4 – **2 балла**.

4. Записан закон Ома для участка цепи – **1 балл**.

5. Записано выражение для полного сопротивления и приведено его численное значение – **2 балла**.

Всего 10 баллов.

Задание 5. «Оловянный солдатик»

Однажды Владимир, ученик 9 класса решил отлить оловянного солдатика. Для этого он положил в ковшик кусок оловянного сплава массой $m = 150$ г и поместил его на плитку постоянной мощности. Как только началось плавление металла, Володя стал снимать зависимость его температуры t от времени τ (см. таблицу). Вскоре после перехода всего сплава в жидкую фазу экспериментатор выключил плитку.

По результатам измерений определите:

1. Удельную теплоемкость C сплава;
2. Мощность P плитки;
3. Через какое время T , прошедшее после выключения плитки, сплав затвердел (полностью кристаллизовался).

Теплоемкостью ковшика и плитки можно пренебречь.

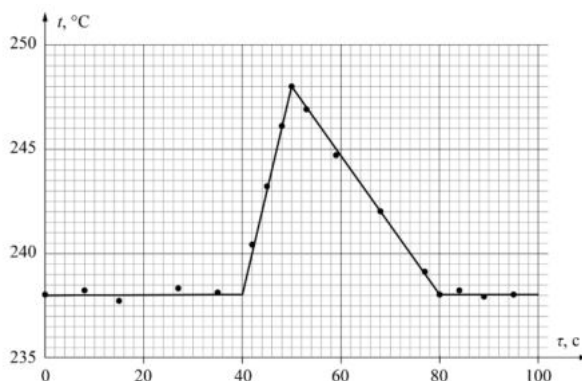
Известно, что удельная теплота плавления сплава равна $\lambda = 20$ кДж/кг.

$t, ^\circ\text{C}$	238,0	238,2	237,7	238,3	238,1	240,4	243,2	246,1	248,0
$\tau, \text{с}$	0	8	15	27	35	42	45	48	50

$t, ^\circ\text{C}$	246,9	244,7	242,0	239,1	238,0	238,2	237,8	238,0
$\tau, \text{с}$	53	59	68	77	80	84	89	95

Решение:

1. Построим график зависимости температуры t от времени τ по данным из таблицы.



2. Из графика следует, что после 50 с плитка была выключена и затем система остывала в результате теплопередачи. Будем считать, что мощность теплопотерь P_x постоянна на протяжении всего эксперимента.

3. Для интервала времени $[0; 40]$ с: $\lambda m = (P - P_x)\tau_1$ (1)

Для интервала времени $[40; 50]$ с: $cm(t_2 - t_1) = (P - P_x)\tau_2$ (2)

где $t_2 = 248$ °C, $t_1 = 238$ °C, $\tau_2 = 10$ с, $\tau_1 = 40$ с.

Для интервала времени $[50; 80]$ с получим: $cm|t_1 - t_2| = P_x\tau_3$, где $\tau_3 = 30$ с.

4. Для нахождения удельной теплоемкости разделим уравнение (2):(1)

$$c = \frac{\tau_2}{\tau_1} \frac{\lambda}{(t_2 - t_1)} = 500 \text{ Дж/кг} \cdot ^\circ\text{C}.$$

5. Рассчитаем мощность тепловых потерь P_x , подставив c в уравнение для интервала $[50;80]$: $P_x = \frac{\lambda m \tau_2}{\tau_1 \tau_3} = 25 \text{ Вт}.$

6. Теперь рассчитаем мощность плитки P , подставив все в уравнение (1):

$$P = \frac{\lambda m (\tau_3 + \tau_2)}{\tau_1 \tau_3} = 100 \text{ Вт}.$$

7. Время кристаллизации найдем из уравнения $\lambda m = P_x (T - \tau_3)$

$$T = \frac{\lambda m}{P_x} + \tau_3 = 150 \text{ с}$$

Критерии оценивания:

1. По табличным данным построен график зависимости $t(\tau)$, согласно правилам построения графиков – **2 балла**.

2. Сделан вывод о том, что после 50 с плитку выключили – **1 балл**.

3. Записаны тепловые законы для различных временных интервалов с учетом мощности тепловых потерь – **3 балла**.

4. Найдено численное выражение для теплоемкости сплава – **1 балл**.

5. Записано выражение и рассчитана мощность тепловых потерь – **1 балл**.

6. Записано выражение и рассчитана мощность плитки – **1 балл**.

7. Записано выражение и рассчитано численное значение времени кристаллизации сплава – **1 балл**.

Всего 10 баллов.