

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ 2024-2025 уч.г.
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ФИЗИКА 11 КЛАСС

Продолжительность – 230 минут

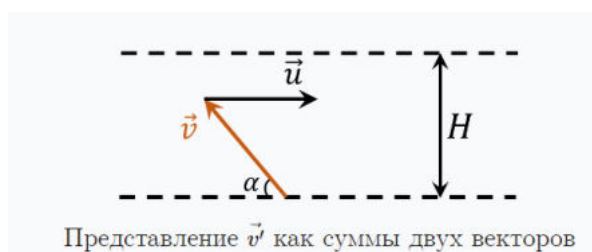
Максимальный балл – 50

Задание №1 «Правильны расчет – силы бережет».

Профессиональные пловцы при подготовке к соревнованиям выполняют следующее упражнение: в специальном бассейне формируется поток. Спортсмены прыгают в поток воды и стремятся переплыть его так, чтобы их снесло на *минимальное расстояние*. При этом скорость пловца в два раза меньше скорости потока. Под каким углом к противоположной стороне бассейна должен плыть спортсмен? На какое расстояние его снесет, если ширина бассейна $H=200\text{м}$?

Возможное решение:

1. Рассмотрим движения пловца со скоростью v , когда его сносит поток со скоростью u



2. Распишем в проекциях на горизонтальную и вертикальные оси, учитывая, что $u=2v$

$$v_x = 2v - v \cos \alpha$$

$$v_y = v \sin \alpha$$

3. Найдём время, за которое пловец преодолест поток:

$$t = \frac{H}{v_y} = \frac{H}{v \sin \alpha}$$

4. За время t его снесет вдоль бортика бассейна на величину:

$$L = v_x t = H \frac{2 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \quad (1)$$

5. Для того чтобы найти минимум L необходимо найти экстремум функции:

$$f(\alpha) = \frac{2 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \text{ на интервале } \alpha \in (0, \pi)$$

6. Найдем α , при котором производная равна 0:

$$\frac{df}{d\alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos \alpha (2 - \cos \alpha)}{\sin^2 \alpha} = 0$$

$$1 - 2 \cos \alpha = 0$$

$$\boxed{\alpha = \pi/3}$$

7. Подставляем в (1) и находим расстояние, на которое его снесет:

$$\boxed{L = H\sqrt{3}}$$

Ответ: $\alpha=60^\circ$ $L \approx 345$ м

Критерии оценивания:

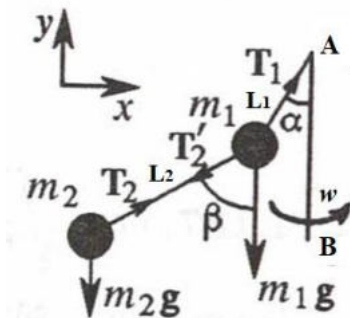
1. Сделан рисунок скоростей – **1 балл.**
2. Расписана скорость пловца в проекциях на оси ox oy – **1 балл.**
3. Найдено время, за которое пловец переплывет бассейн – **1 балл.**
4. Записана формула для расстояния, на которое его снесет – **1 балл.**
5. Найдена производная функции $L(\alpha)$ – **4 балла.**
6. Найден угол – **1 балла.**
7. Найдено расстояние, на которое снесет – **1 балл.**

Всего 10 баллов.

Задание №2

Любопытный Знайка решил определить соотношение масс между разными мячиками. С этой целью он собрал установку, показанную на рисунке. В этой установке связанные нитями мячики 1 и 2 вращаются с постоянной угловой скоростью ω вокруг закрепленного стрержня АВ (см. рисунок). Помогите Знайке определить отношение массы второго мячика к массе первого мячика, получив аналитическое выражение. Параметры системы, изображенные на рисунке (длины нитей, углы отклонения от вертикали, угловую скорость) считать известными.

Сделайте рисунок с указанием сил, действующих на мячики.



Возможное решение:

Обозначим за m_1 и m_2 массы первого и второго мячиков соответственно. Силы, действующие на мячики, показаны на рисунке. Здесь T_1, T_2, T'_2 - силы натяжения нитей, причем $T_2 = T'_2$. Запишем уравнения движения мячиков в проекциях на оси y и x .

Для первого мячика:

$$m_1 \omega^2 L_1 \cdot \sin \alpha = T_1 \cdot \sin \alpha - T_2 \cdot \sin \beta$$

(1)

$$T_1 \cdot \cos \alpha - T_2 \cdot \cos \beta = m_1 g$$

(2)

Для второго мячика:

$$m_2 \omega^2 (L_2 \cdot \sin \beta + L_1 \cdot \sin \alpha) = T_2 \cdot \sin \beta$$

(3)

$$T_2 \cdot \cos \beta = m_2 g$$

(4)

Сложим (2) и (4):

$$T_1 \cdot \cos \alpha = (m_1 + m_2) g$$

(5)

Сложим (1) и (3):

$$m_1 \omega^2 L_1 \cdot \sin \alpha + m_2 \omega^2 (L_2 \cdot \sin \beta + L_1 \cdot \sin \alpha) = T_1 \cdot \sin \alpha$$

(6)

Выразим из (5) T_1 и подставим в (6):

$$m_1 \omega^2 L_1 \cdot \sin \alpha + m_2 \omega^2 (L_2 \cdot \sin \beta + L_1 \cdot \sin \alpha) = (m_1 + m_2) g \cdot \tan \alpha$$

(7)

Выражая из (7) отношение масс, получим:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\omega^2 L_1 \cdot \sin \alpha - g \cdot \tan \alpha}{g \cdot \tan \alpha - \omega^2 (L_2 \cdot \sin \beta + L_1 \cdot \sin \alpha)}$$

Ответ:
$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\omega^2 L_1 \cdot \sin \alpha - g \cdot \tan \alpha}{g \cdot \tan \alpha - \omega^2 (L_2 \cdot \sin \beta + L_1 \cdot \sin \alpha)}$$

Критерии оценивания:

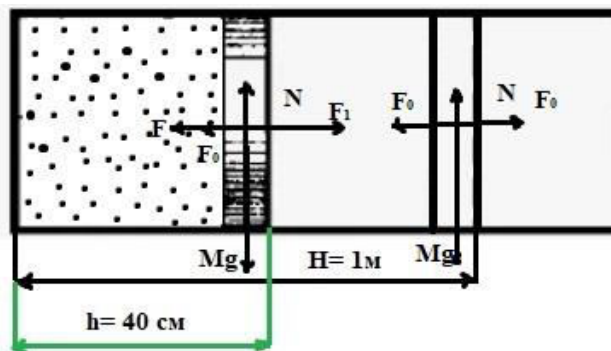
- 1) Сделан рисунок с указанием сил, действующих на мячики, выбрана система координат - **2 балла**
- 2) В работе указано на равенство T_2 и T'_2 - **1 балл**
- 3) Записан второй закон Ньютона для первого мячика в проекциях на ось x и y - **2 балла**
- 4) Записан второй закон Ньютона для второго мячика в проекциях на ось x и y - **2 балла**
- 5) Решена система уравнений и получено верное аналитическое выражение для отношения масс - **3 балла**

Всего 10 баллов.

Задание №3. «Роса под поршнем»

В горизонтальном цилиндрическом сосуде с массивным тонким поршнем находится воздух при температуре $T = 100^\circ\text{C}$ и относительной влажностью $\varphi = 45\%$. Расстояние поршня от дна сосуда равно $H=1$ м. Поршень начинают медленно перемещать, изотермически сжимая воздух в сосуде, прикладывая к поршню горизонтальную силу. В момент времени, когда расстояние поршня от дна сосуда стало равно 40 см, на стенках сосуда образовалась роса массой $\mu = 0,5$ г, при этом поршень перестают перемещать, сохраняя действие внешней горизонтальной силы. Пренебрегая трением поршня о стенки сосуда, определите значение горизонтальной силы F в момент времени, когда расстояние поршня от дна сосуда станет равным 40 см. Атмосферное давление $p_0 = 10^5$ Па.

Решение:



Обозначим массу поршня через M , $V_0 = SH$ – объём воздуха до сжатия, $V = Sh$ – объём воздуха после сжатия, S – площадь основания поршня. При температуре $T = 100^\circ\text{C}$ давление насыщенного пара равно $p_0 = 10^5$ Па. В горизонтальном сосуде под поршнем до сжатия находится влажный воздух под давлением $p_0 = 10^5$ Па, т.к. поршень неподвижен и сумма всех сил, действующих на поршень равна нулю.

По закону Дальтона: $p_0 = p_{\text{св}} + p_{\text{п}}$ (1)

До сжатия пар является ненасыщенным: $p_{\text{п}} = \varphi \cdot p_0$ (2)

Давление пара равно $0,45 p_0$, давление сухого воздуха - $0,55 p_0$.

Рассмотрим положение поршня после сжатия. Так как поршень неподвижен:

$$N = Mg, p_1 S = F + p_0 S, \quad (3)$$

где p_1 – давление влажного воздуха в сосуде после сжатия. Так как в сосуде после сжатия образовалась роса, то пар при таком сжатии стал насыщенным и давление пара стало равным p_0 .

По закону Дальтона, с одной стороны, давление сухого воздуха после сжатия равно:

$$p_{1\text{св}} = \left(\frac{F}{S} + p_0\right) - p_0 = \frac{F}{S} \quad (4)$$

Температура в сосуде поддерживается постоянной, объём воздуха при сжатии уменьшился в 2,5 раза, следовательно, давление сухого воздуха увеличится в 2,5 раза, согласно закону Бойля-Мариотта:

$$p_{1\text{св}} = 0,55 p_0 \cdot 2,5 = 1,375 p_0 \quad (5)$$

$$\text{Приравнивая (4)-(5), получим: } 1,375 p_0 \cdot S = F \quad (6)$$

Считая пар идеальным газом, запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для пара до и после сжатия:

$$0,45 p_0 \cdot V_0 = \frac{m_{\text{п}}}{M_{\text{воды}}} \cdot RT, \quad (7)$$

$$p_0 \cdot 0,4 V_0 = \frac{m_{\text{п}} - \mu}{M_{\text{воды}}} \cdot RT, \quad (8)$$

где $M_{\text{воды}}$ — молярная масса воды.

Из уравнений (7)-(8), получим:

$$p_0 \cdot 0,05V_0 = \frac{\mu}{M_{\text{воды}}} \cdot RT \quad (9)$$

Из уравнений (6) и (9) получаем:

$$F = \frac{1,375\mu RT}{M_{\text{воды}} \cdot 0,05H} \quad (10)$$

Ответ: $F \approx 2368 \text{ Н}$

Критерии оценивания:

1. Учтено, что в сосуде находится влажный воздух- **1 балл.**
2. Найдены давления сухого воздуха и пара до сжатия – **2 балла.**
3. Найдены давления сухого воздуха и пара после сжатия – **2 балла.**
4. Рассмотрено положение поршня после сжатия и получено уравнение (6) – **1 балл.**
5. Используя уравнение Менделеева-Клапейрона рассмотрено состояние пара до и после сжатия (уравнения 7-9) – **2 балла.**
6. Получено выражение для F и верный численный ответ– **2 балла.**

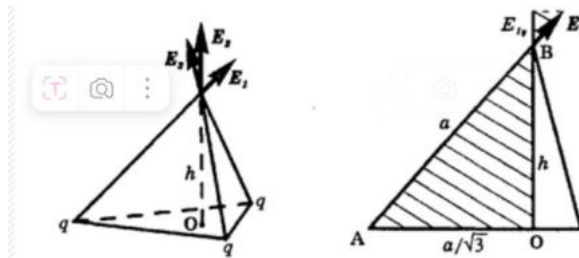
Всего 10 баллов

Задание №4 «На вершине»

Три одинаковых заряженных шарика расположили в вершинах равностороннего треугольника со стороной 50 см. Радиус шариков $r = 1$ см. Шарики зарядили с объемной плотностью $\rho = 48$ мКл/м³. Найдите напряженность электрического поля в вершине правильного тетраэдра, построенного на этом треугольнике. Ответ округлите до целого значения.

Возможное решение:

1. Сделаем рисунок:



2. Высота тетраэдра h является осью симметрии системы. Результирующая напряженность будет направлена вдоль высоты.
3. Запишем принцип суперпозиции для вектора напряженности:
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$
4. Так как заряды равны и находятся на равном расстоянии от вершины тетраэдра, то
$$E_1 = E_2 = E_3 = k \frac{q}{a^2}$$
5. Зададим направление оси y по высоте тетраэдра.
 $E_{1y} = E_{2y} = E_{3y}$, следовательно $E = 3E_y$
6. Из подобия треугольников расстояний и треугольника напряженностей, следует, что
$$\frac{E_{1y}}{E_1} = \frac{h}{a}$$
7. Из прямоугольного треугольника ABO: $h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2} = a \sqrt{\frac{2}{3}}$.
8. Выражаем $E_{1y} = \sqrt{\frac{2}{3}} k \frac{q}{a^2}$, $E = \sqrt{6} k \frac{q}{a^2}$
9. Подставим значения и рассчитаем напряженность поля с учетом, что
$$q = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$$

 $E = 176$ В/м.

Критерии оценивания:

1. Правильно выполнен рисунок – **1 балл**.
2. Записан принцип суперпозиции – **1 балл**.
3. Записана формула для расчета напряженности поля точечного заряда – **1 балл**
4. Доказано, что $E = 3E_y$ – **2 балла**.
5. Получена высота тетраэдра – **3 балла**.
6. Получено выражение для результирующей напряженности поля – **1 балл**.
7. Получен верный ответ - **1 балл**.

Всего 10 баллов.

Задание №5. «Диодная семёрка»

Экспериментатор Бак собрал электрическую цепь из семи одинаковых диодов и неодинаковых резисторов с сопротивлениями: $R_1 = 1 \text{ Ом}$, $R_2 = 1,5 \text{ Ом}$, $R_3 = 2 \text{ Ом}$, $R_4 = 2,5 \text{ Ом}$, $R_5 = 3 \text{ Ом}$, $R_6 = 3,5 \text{ Ом}$, $R_7 = 4 \text{ Ом}$ (рисунок 1). Вольт-амперная характеристика любого из диодов электрической цепи представлена на рисунке 2, где $U_0 = 2 \text{ В}$. Определите мощность, выделяемую в электрической цепи, если напряжение $U = 13 \text{ В}$.

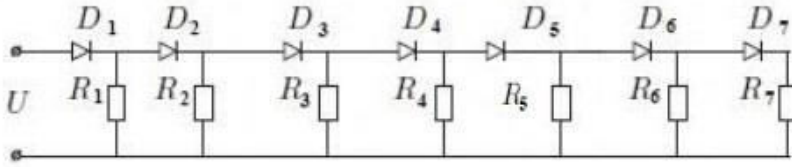


Рисунок 1

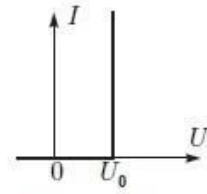


Рисунок 2

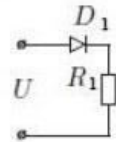
Возможное решение:

Мощность, которая выделяется в электрической цепи:

$$P = \sum_{i=1}^7 I_i^2 R_i + \sum_{j=1}^7 I_{dj} U_0, \quad (1)$$

где I_{dj} – ток на j -ом диоде, I_i – ток на i -ом резисторе.

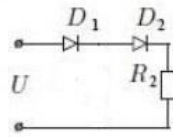
Рассмотрим контур, содержащий D_1



Для данного контура соотношение Кирхгофа):

$$U = U_0 + I_1 R_1 \quad (2)$$

Рассмотрим контур, содержащий D_2



Для данного контура соотношение Кирхгофа):

$$U = 2U_0 + I_2 R_2 \quad (3)$$

Рассматривая последовательно контуры с D_3 - D_7 , получим остальные соотношения напряжений:

$$U = 3U_0 + I_3 R_3 \quad (4)$$

$$U = 4U_0 + I_4 R_4 \quad (5)$$

$$U = 5U_0 + I_5 R_5 \quad (6)$$

$$U = 6U_0 + I_6 R_6 \quad (7)$$

$$U = 7U_0 + I_7 R_7 \quad (8)$$

Из (2)-(8) получим токи, текущие через резисторы:

$$I_1 = 11 \text{ А}, I_2 = 6 \text{ А}, I_3 = 3,5 \text{ А}, I_4 = 2 \text{ А}, I_5 = 1 \text{ А}, I_6 = 0,28 \text{ А}, \quad (9)$$

Значение тока $I_7 = -0,25 \text{ А}$, значит напряжении 13 В хватает для открытия D_1 - D_6 , следовательно $I_7 = 0 \text{ А}$.

Запишем соотношения для токов (первое правило Кирхгофа для узлов):

$$I_{d1} = I_1 + I_{d2} \quad (10)$$

$$I_{d2} = I_2 + I_{d3} \quad (11)$$

$$I_{d3} = I_3 + I_{d4} \quad (12)$$

$$I_{d4} = I_4 + I_{d5} \quad (13)$$

$$I_{d5} = I_5 + I_{d6} \quad (14)$$

$$I_{d6} = I_6 \quad (15)$$

Решая (10) - (15), получим: $I_{d1} = I_1 + I_2 + I_3 + I_4 + I_5 + I_6$, $I_{d2} = I_{d1} - I_1$,

$$I_{d3} = I_{d2} - I_2, \quad I_{d4} = I_{d3} - I_3, \quad I_{d5} = I_{d4} - I_4, \quad I_{d6} = I_6.$$

$$I_{d1} = 23,78 \text{ А}, I_{d2} = 12,78 \text{ А}, I_{d3} = 6,78 \text{ А}, I_{d4} = 3,28 \text{ А}, I_{d5} = 1,28 \text{ А}, I_{d6} = 0,28 \text{ А} \quad (16)$$

Подставляя (9) и (16) в (1), получим $P \approx 310$ Вт

Ответ: $P \approx 310$ Вт

Критерии оценивания:

- 1) Записано выражение для мощности – **1 балл.**
- 2) Записаны соотношения для напряжений и найдены токи, текущие через резисторы I_1 - I_6 – **3 балла.**
- 3) Учтено в решении, что D_7 закрыт, $I_7 = 0$ А, $I_{d7} = 0$ А – **2 балла.**
- 4) Записаны соотношения для токов и найдены токи, текущие через диоды I_{d1} - I_{d6} – **3 балла.**
- 5) Найдена мощность (получен верный ответ) – **1 балл.**

Всего 10 баллов