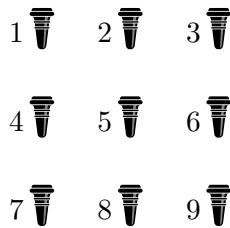


11 класс. Условия задач

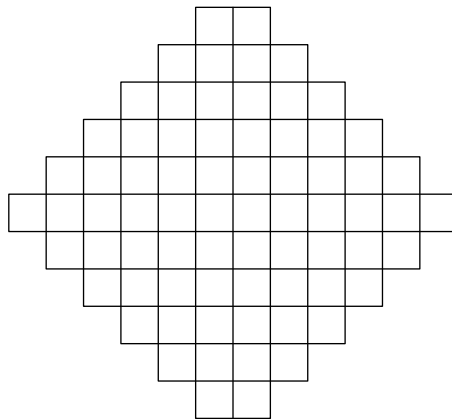
1. Известно, что $p \sin 2x + q \sin 3x + r \sin 4x = 0$ для всех значений x . Покажите, что тогда $p = q = r = 0$.

2. Дан прямоугольник $ATBL$. На луче TA отложен отрезок TD , равный TL . Точка S — середина отрезка LD . Докажите, что BS — биссектриса угла LBA .

3. В игре Дьябло IV есть следующая головоломка. В пещере расположены 9 факелов, как на картинке. За один ход можно потушить любой зажжённый факел или зажечь любой не горящий. Но вместе с выбранным факелом меняется состояние всех соседних с ним по вертикали или по горизонтали, но не по диагонали. Например, если изменить состояние факела №2, то изменится состояние ещё и у факелов №1, №3 и №5. Верно ли, что из любой данной комбинации горящих и не горящих факелов за несколько ходов можно получить любую другую?



4. В клетках доски, изображённой на рисунке, стоит несколько ладей, которые бьют все клетки (считается, что ладья бьёт клетку, на которой стоит). Докажите, что можно убрать несколько ладей, оставив не более 11, так, чтобы оставшиеся ладьи по-прежнему били все клетки.



5. Пятьдесят рыцарей короля Артура сидели за круглым столом. Перед каждым из них стоял бокал красного или белого вина. Известно, что на столе стоял хотя бы один бокал красного вина и хотя бы один бокал белого вина. Король два раза хлопнул в ладоши. После первого хлопка каждый рыцарь, перед которым стоял бокал красного вина, взял у своего левого соседа его бокал, а после второго хлопка каждый рыцарь, перед которым стоял бокал белого вина (и, возможно, какой-то ещё бокал), передал этот бокал левому соседу своего левого соседа. Докажите, что кто-то из рыцарей остался без вина.