

8 класс. Условия задач

1. Маляр Матвей красит коробку в форме куба со стороной 2 метра за 20 минут. Маляр Никита красит коробку в форме куба со стороной 3 метра за 45 минут. За сколько минут Матвей с Никитой вдвоём покрасят коробку в форме куба со стороной 4 метра?
2. Назовём натуральное число изумительным, если оно делится на семь и сумма его цифр равна семи. Найдите наименьшее изумительное число, начинающееся с чётной цифры.
3. Двое играют в такую игру. В начале есть кучка из 2023 камней. За один ход можно разделить кучку на две или три непустые кучки. (Кучка называется непустой, если в ней есть хотя бы один камень.) Ходят по очереди, тот, кто не может сделать ход, проигрывает. Кто выиграет при правильной игре: тот, кто ходит первым, или его партнёр?
4. Какое наибольшее количество различных натуральных чисел от 1 до 120 можно отметить так, чтобы из любых 5 отмеченных чисел можно было выбрать 3, произведение которых делится на 2023? Приведите пример набора с наибольшим числом чисел и объясните, почему не получится составить подходящий набор из ещё большего количества чисел.
5. Внутри квадрата $SPQR$ возьмём точку C таким образом, что $CQ = QR = RC$. На продолжении отрезка SC за точку C отметим точку A так, что $SA = SQ$. Покажите, что треугольник PCA — равнобедренный.