

10 класс. Условия задач

1. Существует ли действительное число x такое, что $x + \sqrt{3}$ и $x^2 + \sqrt{3}$ являются рациональными? Рациональным называется число, которое представимо в виде отношения целого числа и натурального.

2. Произведение всех натуральных делителей числа n (включая само n) оканчивается ровно на 15 нулей. На какое наибольшее количество нулей может оканчиваться число n ?

3. Олег ехал в автобусе №140 из Чапаевска в Самару и от скуки начал записывать степени числа 2 в своем блокноте следующим образом.

Начиная с числа 1, Олег подписывает следующую степень числа 2 в конец списка, а затем меняет порядок чисел в списке на обратный. Назовём такое изменение списка, включая первый шаг, ходом. Первые четыре хода выглядят так:

1 ход: **1**;

2 ход: подписываем справа 2, и в обратном порядке получается **2, 1**;

3 ход: подписываем справа 4, и в обратном порядке получается **4, 1, 2**;

4 ход: подписываем справа 8, и в обратном порядке получается **8, 2, 1, 4**;

и так далее.

Олег успел до прибытия в Самару записать 2026 ходов. Чему равна сумма первых 1013 чисел в 2026-м ходе?

4. Дана сетка 11×11 с 121 ячейкой. Четыре из них окрашены в черный цвет, остальные — в белый. Геннадий хочет вырезать по линиям сетки белый прямоугольник площади ровно N . При каком наибольшем N ему гарантировано удастся это сделать, вне зависимости от расположения чёрных клеток?

Например, если вы хотите доказать, что ответ 60, вы должны объяснить, как вырезать прямоугольник площади ровно 60 при любом расположении чёрных ячеек. И объяснить, почему не получится гарантированно вырезать прямоугольник любой фиксированной площади, большей 60 (61, 62, 63, ...).

5. Пусть P — внутренняя точка равностороннего треугольника ABC . Докажите, что существует треугольник со сторонами PA , PB , PC .