

11 класс. Условия задач

1. Существует ли действительное число y такое, что $y + \sqrt{3}$ и $y^3 + \sqrt{3}$ являются рациональными? Рациональным называется число, которое представимо в виде отношения целого числа и натурального.

2. На доске написаны числа $1, 2, 3, \dots, 98, 99$. Нужно отметить 50 из них, так чтобы сумма любых двух отмеченных не была равна ни 99, ни 100. Сколькими способами это можно сделать?

3. Сколько упорядоченных пар натуральных чисел (a, b) удовлетворяют равенству

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{2025}?$$

4. Пусть $PQRST$ — выпуклый пятиугольник $PQ = PT = RS = 1$, $\angle PQR = \angle PTS = 90^\circ$ и $QR + ST = 1$. Вычислите площадь пятиугольника.

5. По кругу расставлены 9 квадратиков. В каждый из квадратиков нужно написать букву A , B или C , причём в соседних квадратиках должны быть разные буквы. Сколькими способами это можно сделать? Способы, отличающиеся поворотом, считаются разными.